ΘΕΜΑ Α

Α1. Ονομάζεται η διαφορά F(β) – F(α) και συμβολίζεται με $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$

Α2. α) Σ, β) Σ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Σ

Α3. **α)** $\int_{\alpha}^{\beta} \eta\mu x dx =$ - συνβ + συνα, β) (c· f)΄ (x)= c·f ΄(x), γ) $(χ^{α})΄= αχ^{α-1}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}(\alpha^2 x + \ln x) = \alpha^2 1 + \ln 1 = \alpha^2 + 0 = \alpha^2$

Β2. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-x}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x\to 1^+}\frac{(x^2-x)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x\to 1^+}\frac{(x^2-x)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3})^2-2^2} = \lim_{x\to 1^+}\frac{(x^2-x)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} =$

$= \lim_{x\to 1^+}\frac{(x^2-x)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} = \lim_{x\to 1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+}[x(\sqrt{x+3}+2)] = 1(\sqrt{1+3}+2) = 4$

Β3. Πρέπει $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) =$ f(1) $\Leftrightarrow$ $\alpha^2 = 4 = \alpha^2 1 + \ln 1$ $\Leftrightarrow$ $\alpha^2 = 4$ $\Leftrightarrow$ α = ±2

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Μισθός (εκατοντάδες €) Xi	**Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) ν i**	**Σχετική συχνότητα fi%**	**Xi ν i**
6	25	50	150
10	17	34	170
15	6	12	90
20	2	4	40
Σύνολα	ν= 50	100	450

Γ2. $\bar{x} = \frac{\sum \nu_i x_i}{\nu} = \frac{450}{50} =$ 9εκατοντάδες € ή 900 €.

Γ3. 50% + 34% = 84%

Γ4. $s^2 = \frac{(9-6)^2\cdot 25 + (9-10)^2\cdot 17 + (9-15)^2\cdot 6 + (9-20)^2\cdot 2}{50} = \frac{225+17+216+242}{50} = \frac{700}{50} =$ 14 εκαντοντάδες^2 €^{2} (!)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. f ΄(x) = [(x - 2)^2(x + α)] ΄ = 2(χ – 2)(χ – 2) ΄(χ + α) + (x - 2)^2(χ + α) ΄ = 2(χ – 2)(χ + α) + (x - 2)^2 = (χ – 2)(2χ + 2α + χ – 2) = = (χ – 2)(3χ + 2α – 2).

Δ2. Από θ. Fermat θα είναι f ΄(4) = 0 $\Leftrightarrow$ (4 – 2)(3·4 + 2α – 2) = 0 $\Leftrightarrow$ 2·(2α + 10) = 0 $\Leftrightarrow$ 2α + 10 = 0 $\Leftrightarrow$ α = - 5.

Δ3. Για α= - 5 έχω f (x) = (x-2)^2(x - 5) και f ΄(x) = (χ – 2)(3χ – 12).
Είναι f ΄(x) = 0 $\Leftrightarrow$ (χ – 2)(3χ – 12) = 0 $\Leftrightarrow$ χ= 2 , χ = 4. Προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

x	**-∞**	**2**	**4**	**+∞**
f ΄(x)	+		-	+
f (x)	↗		↘	↗

Στα (-∞, 2], [4, +∞) η f είναι γνησίως αύξουσα. Στο [2, 4] η f είναι γνησίως φθίνουσα.
Στο x = 2 η f παρουσιάζει τοπ. μέγιστο το f(2) = (2 -2)^2(2 - 5) = 0
Στο x = 4 η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο το f(4) = (4 -2)^2(4 - 5) = 4(- 1) = - 4.

Δ4. Θέτω φ(χ) = g(x) - h(x) = 3x^2 - 12x – (6x -24) = 3χ^2 – 18χ + 24 = (χ – 2)(3χ – 12) = f ΄(x). Άρα από τον προηγούμενο πίνακα μεταβολής του προσήμου της f ΄ το ζητούμενο εμβαδό είναι:

Ε = $-\int_{2}^{4}\varphi(x)dx = -\int_{2}^{4} f΄(x)dx =$ -[f(4) – f(2)] = - [-4 -0] = 4 τ.μ.