

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΡΠΕΝΗΣΙΟΥ

Εύρηκα! Εύρηκα! Μαθηματικά – Εφευρέσεις και Μηχανισμοί



Βούρτσα Μαρία
Γρηγορίου Αποστόλης
Δροσίνη Μαρία
Ζαρκάδας Θανάσης
Κονδύλη Ναταλία-Βίκυ
Λούκα Ξανθίππη
Μπαλατσιάς Σωτήρης
Νιούτσικος Δημήτρης

Νούλα Ευρυδίκη
Νταή Ελένη-Αντιγόνη
Παπαδόπουλος Μενέλαος
Παπαζέκου Μαρία
Παπαϊωάννου Θεοδώρα
Παρμάκη Χρύσα
Πεταρούδης Σταύρος
Σαξώνη Σταυρούλα

Τάξη Β

ΚΑΡΠΕΝΗΣΙ 2013-2014

Εύρηκα! Εύρηκα

Μαθηματικά – Εφευρέσεις και Μηχανισμοί

*Την επίβλεψη της εργασίας είχε η καθηγήτρια
Αρμάγου Μαρία, Μαθηματικός*

Πίνακας Περιεχομένων

Εύρηκα! Εύρηκα.....	2
Πίνακας Περιεχομένων	3
Εισαγωγικό Σημείωμα	6
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ	7
Ιστορία των Μαθηματικών	9
Πρώτη Περίοδος: Από τον 4 ^ο αιώνα π.Χ. μέχρι τα μέσα του 16 αιώνα μ.Χ.....	9
Δεύτερη Περίοδος: Από τα μέσα του 16 ^{ου} αιώνα μέχρι τον 17 ^ο αιώνα	9
Τρίτη Περίοδος: Η χρυσή περίοδος της ιστορίας των μαθηματικών.....	11
Τέταρτη Περίοδος: Από τον Πρώτο Παγκόσμιο Πόλεμο και μετά	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ	13
ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ	13
ΑΙΓΥΠΤΙΑΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	15
Εισαγωγή	16
Πάπυροι.....	16
Ο Πάπυρος Ριντ(Rhind)	17
Αιγυπτιακό ημερολόγιο.....	18
Οι συμβολισμοί στην Αίγυπτο	19
Αριθμητικές πράξεις	19
ΒΑΒΥΛΩΝΙΑΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	21
Ιστορικά γεγονότα	22
Αριθμητικός συμβολισμός και βασικές πράξεις.....	22
Βαβυλωνιακή άλγεβρα.....	23
Βαβυλωνιακή γεωμετρία.....	24
Βαβυλωνιακή αστρονομία.....	25
ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	27
ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ.....	28
Οι προσωκρατικοί φυσικοί φιλόσοφοι και ο «κόσμος».....	28
Τα προεγκλείδεια μαθηματικά	28
Η σχολή της Ιωνίας.....	28
Η σχολή των Πυθαγορείων	28

Η ανακάλυψη της ασυμμετρίας.....	29
Η σχολή της Χίου	29
Τα τρία κλασικά προβλήματα της ελληνικής γεωμετρίας	29
Η ελληνική αστρονομία τον 4 ^ο π.Χ. αιώνα.....	30
Ο ρόλος του Πλάτωνα	30
Το μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών του Ευδόξου.....	30
Η πλανητική αστρονομία μετά τον Εύδοξο	31
Η θεωρία της κίνησης του Αριστοτέλη	31
Η θεωρία της κίνησης στην υποσελήνια περιοχή	31
Η φυσική κίνηση.....	32
Η εξαναγκασμένη κίνηση	32
Οι κινήσεις των ουράνιων σωμάτων	32
Το απόγειο της αρχαίας ελληνικής επιστήμης	33
Τα ελληνιστικά μαθηματικά.....	33
Τα στοιχεία του Ευκλείδη	33
Ο Αρχιμήδης.....	33
Ο Απολλώνιος και η μελέτη των κωνικών τομών	33
Ο Ερατοσθένης και η μέτρηση του μήκους της περιφέρειας της γης.....	34
Η ελληνιστική αστρονομία	34
Η ηλιοκεντρική υπόθεση του Αρίσταρχου	34
Το μοντέλο επί κύκλου-φέροντος κύκλου και οι παραλλαγές του	34
Το πυθαγόρειο θεώρημα	35
ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΝ ΜΕΣΑΙΩΝΑ & ΤΗΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΗ	37
Η επιστήμη στην ύστερη αρχαιότητα	38
Οι επιστήμες στον Μεσαίωνα.....	39
Οι επιστήμες στο Βυζάντιο	39
Αραβική επιστήμη.....	40
Ο Ύστερος Μεσαίωνας στη Δυτική Ευρώπη	41
Τα μαθηματικά στην περίοδο της Αναγέννησης	42
ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟ ΤΟΝ 18^ο ΜΕΧΡΙ ΤΟΝ 20^ο ΑΙΩΝΑ.....	43
Τα μαθηματικά από τον 18 ^ο μέχρι και τον 20 ^ο αιώνα.....	44

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ.....	45
ΜΕΓΑΛΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ & ΕΦΕΥΡΕΤΕΣ	45
Ευκλείδης (325 π.Χ. - 265 π.Χ)	46
Αρχιμήδης (περ. 287 π.Χ- περ. 212 π.Χ.).....	47
Ερατοσθένης (Κυρήνη,276-196)	49
Ήρων ο Αλεξανδρεύς.....	50
Αριαμπάτα (476–550 μ.Χ.)	52
Αλ Χουαρίζμι (781-850 μ.Χ.)	53
Leonardo Fibonacci (1170-περίπου 1250)	55
François Viète (1540-1603)	57
René Descartes (1596- 1650).....	58
Pierre de Fermat (1601-1665)	60
Blaise Pascal (1623-1662)	62
De L' Hospital (1661-1704).....	63
Leonard Euler (1707-1783)	64
Évariste Galois (1811-1832).....	66
Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή (1873-1950)	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ	71
ΕΦΕΥΡΕΣΕΙΣ & ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ	71
Η Βαλλίστρα	72
Καταπέλτης	74
Ατμοτηλέβολο του Αρχιμήδη.....	75
Εξάντας.....	76
Ιπτάμενη περιστέρα.....	78
Υδραυλικό ρολόι Κτησίβιου	79
Μπαταρία της Βαγδάτης	80
Ο Παντογράφος του Ήωνα.....	81
Αστρολάβος	82
Βιβλιογραφία	83

Εισαγωγικό Σημείωμα

Για αρκετούς τα μαθηματικά αποτελούν ένα σύνολο από περίπλοκα τεχνάσματα που αφορούν μόνο στο σχολείο, είναι αφηρημένα, αλλόκοτα, συχνά άσχημα, βαρετά και παντελώς άχρηστα για την καθημερινότητα. Οι περισσότεροι μαθητές αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά σαν «αναγκαίο κακό» στη σχολική τους ζωή που ποτέ δεν κατανοούν και δεν αξιοποιούν. Αρκετοί ενήλικες έχουν να αφηγηθούν μια τραυματική εμπειρία από τα μαθηματικά στο σχολείο. Για άλλους πάλι, φανερά λιγότερους, τα μαθηματικά αποτελούν ένα ωραίο πνευματικό παιχνίδι.

Οι περισσότεροι άνθρωποι σχεδόν αγνοούν ότι τα μαθηματικά αποτελούν βασικό στοιχείο για πολλές επιστημονικές ανακαλύψεις. Μερικές φορές ακόμα αν και παρατηρούν ότι υπάρχει σχέση των μαθηματικών με τις φυσικές επιστήμες, δύσκολα δέχονται ότι κάτω από χρήσιμες εφευρέσεις, μηχανισμούς ή όργανα υπάρχει ένα σημαντικό μαθηματικό υπόστρωμα. Δεν είναι σπάνιο αυτοί που διαπιστώνουν τη σύνδεση των μαθηματικών με τις φυσικές επιστήμες να θεωρούν το ρόλο τους υποδεέστερο και να τα αντιμετωπίζουν μόνο ως εργαλεία. Στην περίπτωση αυτή δεν είναι απίθανο να ακούσουμε ότι τα μαθηματικά είναι η υπηρέτρια των επιστημών. Τέλος, συχνά υπάρχει η λανθασμένη πεποίθηση ότι οι ανακαλύψεις αλλά και οι εφευρέσεις είναι αποκλειστικά προϊόν της ξαφνικής έμπνευσης ιδιαίτερων μυαλών.

Είναι πολύ πιθανό κανείς να αναρωτιέται γιατί χρειάζεται μια ακόμη επιστήμη που θα μελετά την ιστορία των μαθηματικών. Η μελέτη της ιστορίας των επιστημών, στην περίπτωσή μας των μαθηματικών, μπορεί να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε πώς φτάσαμε μέχρι εδώ. Κάτω από ποιες συνθήκες εξελίχθηκε η επιστήμη των μαθηματικών, ποια ιστορικά γεγονότα συνέβαλαν στην αύξηση και διάδοση της μαθηματικής γνώσης αλλά και πώς η εξέλιξη των μαθηματικών επέδρασε στον άνθρωπο. Μελετώντας την ιστορία μιας επιστήμης δεν αποτελεί βασικό μας στόχο να διδαχθούμε από τα λάθη ώστε να τα αποφύγουμε στο μέλλον, αλλά μας ενδιαφέρει γιατί μια θεωρία άσκησε γοητεία και επικράτησε σε σχέση με μία άλλη. Στις περισσότερες φορές, η μορφή μιας θεωρίας που διδάσκονται οι μαθητές είναι πολύ διαφορετική από αυτή με την οποία πρωτοδιατυπώθηκε και **στην ιστορία των μαθηματικών μας αφορά το ταξίδι τους μέσα στο χρόνο.**

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Η ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Παρά το γεγονός ότι τα μαθηματικά συμβάλουν στην εξέλιξη της επιστήμης και επομένως έμμεσα επηρεάζουν τις ζωές των ανθρώπων, η επιστήμη που μελετά την ιστορία τους είναι σχετικά πρόσφατος ακαδημαϊκός κλάδος (20^ο αιώνα). Στο Κεφάλαιο που ακολουθεί γίνεται μια σύντομη αναδρομή στην εξέλιξη της επιστήμης της Ιστορίας των Μαθηματικών.

Ιστορία των Μαθηματικών

Πρώτη Περίοδος: Από τον 4^ο αιώνα π.Χ. μέχρι τα μέσα του 16 αιώνα μ.Χ.

Η αναζήτηση της ιστορίας των μαθηματικών ξεκίνησε με τα πρώτα δείγματα γραφής. Ο ιστορικός αναζητά να βρει πληροφορίες από τα χειρόγραφα του μαθηματικού, εξετάζοντας ταυτόχρονα την εγκυρότητα των πηγών του. Οι γνώσεις μας για την ιστορία των Αιγυπτιακών και Βαβυλωνιακών μαθηματικών είναι περισσότερες σχετικά με αυτές που έχουμε για την ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών, παρόλο που τα τελευταία είναι μεταγενέστερα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην καλύτερη συντήρηση των πλακών από πηλό και πέτρα έναντι του ευαίσθητου πάπυρου. Σε αυτήν την προσπάθεια ιδιαίτερη υπήρξε η συνδρομή των ιστορικών. Ο πρωτοπόρος της ιστορίας των μαθηματικών Εύδημος κατέγραψε την ιστορία πολλών θετικών επιστήμων, η οποία δεν έχει διασωθεί στο σύνολο της. Ο Πρόκλος ο οποίος ισχυριζόταν ότι τα μαθηματικά προελαύνουν από τους αιγύπτιους, τους αέριους και τους χαλδαϊκούς, δεν κατάφερε να ολοκληρώσει το έργο του. Τον διαδεχτήκαν ωστόσο θαυμαστές του έργου του.

Κύρια πηγή αναζήτησης για τους αρχαίους Έλληνες ιστορικούς ήταν η μαρτυρία των ιδίων των ανθρώπων. Με την ανακάλυψη των πρώτων πηγών έχουμε και την έναρξη της χρονολόγησης των μαθηματικών. Στην περίοδο της αναγέννησης και του μεσαίωνα η εξέλιξη της επιστήμης των μαθηματικών, ήταν συγκριτικά αργή. Σύμφωνα και με τον μεγάλο ιστορικό Σαρτον η περίοδος αυτή έχει ενδιαφέρον έρευνας καθώς αποτελεί αρχή διάδοσης των αρχαίων ελληνικών και ισλαμικών μαθηματικών στην σύγχρονη εποχή. Τέλος, στην διάδοση της επονομαζόμενης μαθηματικής γνώσης, σημαντικό παράγοντα αποτέλεσε η μετάφραση μαθηματικών.

Δεύτερη Περίοδος: Από τα μέσα του 16^{ου} αιώνα μέχρι τον 17^ο αιώνα

Η δεύτερη περίοδος χρονολογείται από τον Montucla (1760) έως τον Todhunter (1870) δηλαδή από την εγκυκλοπαιδική παράδοση στην εξειδίκευση. Αρχικά, το έργο του Montucla έπαιξε σημαντικό ρόλο στην ιστορία των Μαθηματικών, το οποίο χαρακτηρίζεται από την παντελή απουσία των μαθηματικών συμβόλων και την παράλειψη των σημαντικών Μαθηματικών της Αναγέννησης. Κατά τον 19^ο αιώνα, η συνεισφορά της Ιταλίας (χώρα με μακρόχρονη παράδοση στα Μαθηματικά) ήταν

αξιοσημείωτη στο χώρο της ιστορίας των Μαθηματικών. Μετά το 1789 στη Γαλλία ιδρύονται πανεπιστήμια και νέες σχολές καθώς ταυτόχρονα συγγράφονται πανεπιστημιακά εγχειρίδια όπως η «Αναλυτική Μηχανική», «Ουράνια Μηχανική» και «Διαφορικό και Ολοκληρωτικό Λογισμό». Στην εξέλιξη των μαθηματικών στην Αγγλία καθοριστική ήταν η επίδραση του έργου του Lacroix. Επιπλέον, μια εξέχουσα προσωπικότητα ήταν ο Whewell ο οποίος στο έργο του τονίζει τη σπουδαιότητα των Αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών και θεωρεί την Ευκλείδεια γεωμετρία σαν υπόδειγμα μαθηματικής απόδειξης. Ο Whewell δέχεται την επαγωγή (μέθοδος μαθηματικής απόδειξης που συνήθως χρησιμοποιείται για να αποδειχτεί ότι μια πρόταση ισχύει για όλους τους φυσικούς αριθμούς) σαν βασική μέθοδο της επιστήμης ως μια διαδικασία καλύτερης κατανόησης και οργάνωσης μιας ομάδας δεδομένων. Ακόμη ο Whewell αποκαλείται ο πρώτος μοντέρνος ιστορικός της επιστήμης παρά το γεγονός ότι δεν ήταν αμερόληπτος. Τα αποτελέσματα του κινήματος του Whewell ήταν άλλοτε πρωτοποριακά και άλλοτε αντιδραστικά. Έπειτα, σημαντική θέση έχει ο Cossali που διέκρινε την αξιόλογη έρευνα πάνω στην άλγεβρα. Επίσης, ο Cossali αναπτύσσει το περιεχόμενο της ρητορικής άλγεβρας χρησιμοποιώντας τη γλώσσα της συμβολικής άλγεβρας. Αργότερα στις αρχές του 19^{ου} αιώνα στην Ινδία και την Αίγυπτο ερμηνεύονται μαθηματικά κείμενα γραμμένα στα σανσκριτικά και τα ιερογλυφικά. Ακόμη, ο G.Libri, ο οποίος ήταν αναμφισβήτητα μια σημαντική προσωπικότητα στην ιστορία των Μαθηματικών, έδωσε βάρος στην Ιταλία της Αναγέννησης. Αντιθέτως, ο Chasles γράφει μια «Ιστορική Επισκόπηση» πάνω την εξέλιξη της γεωμετρίας από την εποχή των Αρχαίων Ελλήνων μέχρι το 1837. Όμως, ο Chasles, παρά το πάθος του για ακριβή ντοκουμέντα, έπεσε θύμα πλαστογράφου ο οποίος πούλησε τα χειρόγραφα του ως αυθεντικά. Έτσι επικράτησε η λανθασμένη αντίληψη ότι η παγκόσμια έλξη ανακαλύφθηκε από τον Πασκάλ. Την ίδια περίοδο στη Γερμανία εκδίδεται μια 4-τομή εγκυκλοπαίδεια πάνω στην ιστορία των Μαθηματικών ενώ διαπρέπουν και κάποιοι λιγότερο σημαντικοί ιστορικοί στην Γαλλία, την Αγγλία και την Ιταλία. Ένα όμως αξιόλογο όνομα ήταν του πρίγκιπα Boncompagni ο οποίος σχημάτισε βιβλιοθήκη και δημοσίευσε το «Bolletino Di Bibliografia a Stora Della Scienze Mthematiche e Fisiche» το οποίο είναι ένα χρησιμότερο εργαλείο για την επιστήμη μας. Τέλος, ο Άγγλος μαθηματικός και φυσικός Toolhunter ο οποίος αντλεί πολύ αυστηρά μέσα από τις εργασίες των μαθηματικών και δείχνει μέσα από αυτά μαθηματικές λεπτομέρειες και εύστοχες συγκρίσεις.

Τρίτη Περίοδος: Η χρυσή περίοδος της ιστορίας των μαθηματικών: 1870-1914

Ένα θέμα που απασχολεί τους μαθηματικούς της περιόδου αυτής είναι η πορεία της εξέλιξης των μαθηματικών. Η περίοδος αυτή είναι πηγή φιλοσοφίας της επιστήμης. Οι μαθηματικοί επικεντρώνονται σε ένα μεμονωμένο αντικείμενο και μελετούν την ιστορία του. Εξειδικεύονται δηλαδή σε συγκεκριμένους τομείς των μαθηματικών. Το έργο αυτό ήταν συχνά δύσκολο και χρονοβόρο. Εκδίδονται σημαντικά έργα, είτε σύγχρονων είτε αρχαίων μαθηματικών όπως Abel, Leibniz, Gauss, Lagrange, Kepler, Fermat, Cauchy, Descartes, Fourier, Laplace και Ήρωνα, Αρχιμήδη, Απολλώνιου, Πάππου, Ευκλείδη και Διόφαντου αντίστοιχα, σε εγκυκλοπαίδειες και περιοδικά σε πολλές χώρες. Δύο από τους σημαντικότερους εκπροσώπους ήταν ο Tannery και ο Cantor. Ο πρώτος δίδαξε και έγραψε για την ιστορία των μαθηματικών και ιδιαίτερα για τις ελληνικές επιστήμες στις οποίες αφιέρωσε πολλά βιβλία του. Ο δεύτερος δίνει έμφαση στην αξία της ιστορίας των μαθηματικών και τα έργα του αποτελούν από τις εγκυρότερες πηγές πληροφόρησης. Άλλοι σημαντικοί ιστορικοί της εποχής είναι οι: Zeuthen, Gerhardt, και Hankel οι οποίοι ασχολήθηκαν με τη μελέτη συγκεκριμένων επιστημόνων και μαθηματικών.

Τέταρτη Περίοδος: Από τον Πρώτο Παγκόσμιο Πόλεμο και μετά

Κατά τη διάρκεια του Πρώτου Παγκόσμιου Πολέμου παρατηρείται μια κάμψη στη μελέτη της ιστορίας των μαθηματικών. Αρκετοί Ευρωπαίοι μελετητές μετακινούνται στην Αμερική όπου γράφουν βιβλία σχετικά με την ιστορία αυτής της επιστήμης. Το καθένα από αυτά είχε διαφορετικό περιεχόμενο αλλά τα κίνητρά του είναι σε κάθε περίπτωση παιδαγωγικά.

Οι σημαντικότεροι συγγραφείς αυτής της περιόδου είναι οι του E.T. Bell, F. Cajori και D.E. Smith. Στην Ευρώπη ο γερμανός Neugebauer ασχολείται με μονογραφίες σχετικές με διάφορους κλάδους των μαθηματικών. Τον απασχολούν κυρίως τα αρχαία ελληνικά και τα αραβικά μαθηματικά. Είναι ο πρώτος που επιχειρεί να ερμηνεύσει μαθηματικά κείμενα.

Οι θετικιστές έχουν την άποψη ότι η επιστήμη κατασκευάζει συμπεράσματα βάση αξιωμάτων. Αυτές οι απόψεις κατακρίνονται μετά το 1920 από τους περιθωριακούς Wittgenstein και Popper που πιστεύουν ότι οι επιστημονικές θεωρίες προκύπτουν σαν υποθέσεις που υπόκεινται σε πειραματικές δοκιμασίες. Παρόλα αυτά, με την πρακτική του λογικού

θετικισμού έχει επέλθει μια φανερή διαστρέβλωση της πραγματικής εξέλιξης της επιστήμης.

Μετά τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο η ιστορία των μαθηματικών αποτελεί πλέον ανεξάρτητο κλάδο που αναπτύσσεται στην Αμερική με κυριότερο μελετητή τον Sarton, ο οποίος θεωρείται ο πρώτος αρχιτέκτονας της επιστήμης και ο μόνος ιστορικός που έδωσε σπουδαιότητα στην περιθωριακή ιστορία των μαθηματικών. Εργάστηκε με ιδιαίτερο ζήλο αλλά δυστυχώς σήμερα το έργο του θεωρείται παρωχημένο.

Από το 1960 και μετά η έκδοση πολλών επιστημονικών περιοδικών συμβάλει στη γρήγορη εξέλιξη της ιστορίας των μαθηματικών.

Η ιστορία των επιστημών γίνεται αυτόνομος κλάδος στα μέσα του 20^{ου} αιώνα όταν επιστήμονες όπως οι Butterfield και Coyre καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η επιστήμη δεν υπήρξε τόσο εμπειρική και επαγωγική όπως πίστευαν μέχρι τότε.

Ο Kuhn είναι ο πιο σημαντικός ιστορικός της επιστήμης του 20ού αιώνα και πίστευε ότι η επιστήμη είναι ένα πολιτιστικό φαινόμενο που δέχτηκε επιρροές από πολλούς εξωεπιστημονικούς παράγοντες. Θεωρούσε ότι βασικό λάθος των περισσότερων ιστορικών ήταν ότι έκριναν το τότε με τα κριτήρια του τώρα. Έβλεπε την εξέλιξη της επιστήμης με έντονες αμφισβητήσεις που οδηγούν σε αλλαγές θεωρητικών μοντέλων τις οποίες ονομάζουμε επαναστάσεις. Επίσης ο Kuhn πρόσφερε πολύ χρήσιμα ερεθίσματα στους σύγχρονους ιστορικούς των μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΙΓΥΠΤΙΑΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Ομάδα Α:

Ζαρκάδας Θανάσης

Λούκα Ξανθίππη

Παπαδόπουλος Μενέλαος

Σαξώνη Σταυρούλα

Εισαγωγή

Γύρω από την κοιλάδα του Νείλου αναπτύχθηκε ένας από τους πιο σημαντικούς πολιτισμούς της αρχαιότητας, ο Αιγυπτιακός. Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ήταν ένας σχετικά ειρηνικός λαός. Ο Neugebauer γράφει σχετικά με αυτό: «Ανάμεσα σε όλους τους αρχαίους πολιτισμούς, ο πιο ευχάριστος ήταν νομίζω ο αιγυπτιακός. Προστατευμένη καθώς είναι από την έρημο και τη θάλασσα, η κοιλάδα του Νείλου δεν ευνόησε την υπερβολική ανάπτυξη του ηρωικού πνεύματος που, τόσο συχνά, έκανε τη ζωή στην Ελλάδα αληθινή κόλαση. Ίσως να μην υπάρχει άλλη χώρα στην αρχαιότητα όπου να διατηρήθηκε για τόσο μεγάλο διάστημα ένας ειρηνικός και ασφαλής πολιτισμένος βίος. Οπωσδήποτε, ούτε η Αίγυπτος γλίτωσε τις βίαιες εξωτερικές και εσωτερικές συγκρούσεις, όμως σε γενικές γραμμές μπορούμε να πούμε ότι η ειρήνη στη Μεσοποταμία και στην Ελλάδα πρέπει να ήταν τόσο σπάνια κατάσταση όσο ήταν ο πόλεμος στην Αίγυπτο.»

Ο Αιγυπτιακός λαός είναι ιδιαίτερα γνωστός για την τέχνη του. Επίσης, πολύ σημαντική είναι και η κατασκευή μεγάλων μνημείων, όπως είναι οι πυραμίδες. Αν και αρκετά μνημεία σώζονται μέχρι και τις μέρες μας, δυστυχώς δεν ισχύει το ίδιο για πηγές που θα μας έδιναν πληροφορίες σχετικά με τις επιστημονικές τους γνώσεις. Αυτό συμβαίνει γιατί το βασικό υλικό πάνω στον οποίο έγραφαν ήταν ο πάπυρος που είναι ένα υλικό που φθείρεται εύκολα.

Πάπυροι

Ο πάπυρος (λατ. papyrus) ήταν κοινό υλικό γραφής σε ολόκληρη την κλασική Αρχαιότητα που κατασκευαζόταν από το φυτό πάπυρος. Τα αρχαιότερα δείγματα παπύρου, με ιερογλυφική γραφή, χρονολογούνται από το 3.000 π.Χ., εικονίζονται όμως κύλινδροι από πάπυρο σε παραστάσεις αιγυπτιακών ναών που είναι ακόμη παλαιότερες.¹

Οι περισσότερες γνώσεις που έχουμε για τα μαθηματικά των Αιγυπτίων προέρχονται από παπύρους. Οι σημαντικότεροι από αυτούς είναι οι παρακάτω:

- Ο Πάπυρος Ριντ(Rhind), ή αλλιώς και «πάπυρος του Αχμές», του 1850π.Χ. είναι το αρχαιότερο γνωστό μαθηματικό κείμενο το οποίο περιλαμβάνει μια συλλογή με 84 προβλήματα. Τώρα φυλάσσεται ως έκθεμα στο Βρετανικό Μουσείο Λονδίνου.

¹ <http://el.wikipedia.org/wiki/Πάπυρος>

- Ο Πάπυρος της Μόσχας του 1850π.Χ. αποτελείται από 25 προβλήματα ανάμεσα στα οποία υπάρχει και το ξεχωριστό επίτευγμα των αιγυπτιακών Μαθηματικών ο ακριβής υπολογισμός του όγκου της κολουρης πυραμίδας με τετραγωνική βάση.
- Οι Πάπυροι του Καχούν (Kahun) του 1850π.Χ., του Βερολίνου του 1850 π.Χ. και του Ράισνερ (Reisner) του 1800π.Χ. παρουσιάζουν μαθηματικές πράξεις και προβλήματα καθώς επίσης και υπολογισμούς όγκου ναών.
- Ο Μαθηματικός Δερμάτινος Κύλινδρος, που γράφτηκε γύρω στο 1650π.Χ., περιέχει 26 αθροίσματα μοναδιαίων κλασμάτων.

Ο Πάπυρος Ριντ (Rhind)

Ο Πάπυρος Rhind, που είναι γνωστός και ως πάπυρος του Αχμές, αποτελεί το καλύτερο παράδειγμα των αιγυπτιακών μαθηματικών. Ανακαλύφθηκε τον 19^ο αιώνα στον τάφο του Ραμσή Β' στις Θήβες και πήρε το όνομα του από τον Αλέξανδρο Henry Rhind, ένα σκωτσέζο αρχαιολόγο, ο οποίος αγόρασε το πάπυρο το 1858 στο Λούξορ (Αίγυπτος) και τον μετέφερε στην Αγγλία στο Βρετανικό Μουσείο. Ο κύλινδρος αυτός έχει γραφτεί στην ιερατική γραφή, είναι μακρύτερος από πέντε μέτρα και αποτελείται από 14 φύλλα παπύρου που περιέχουν δεκάδες προβλήματα κάθε είδους. Ο συγγραφέας του παπύρου ονομάζεται Αχμές ο οποίος δηλώνει καθαρά πως το κείμενο αντιγράφει στοιχεία από έναν πάπυρο ακόμα παλαιότερο που γράφτηκε την περίοδο της βασιλείας του Αμένεμη Γ' δηλαδή 2000 χρόνια π.Χ. Το μαθηματικό υλικό που παρουσιάζεται στον πάπυρο Rhind ανάγεται στην εποχή κατασκευής των πυραμίδων δηλαδή 2800 χρόνια π.χ. Ο πάπυρος αποτελείται από τρία μέρη:

- Το πρώτο μέρος αποτελείται από πίνακες αναφοράς και μια συλλογή από 20 αριθμητικά και 20 αλγεβρικά προβλήματα τα οποία ξεκινούν με απλές κλασματικές εκφράσεις που ακολουθούνται από την ολοκλήρωση και στα οποία συμμετέχουν περισσότερο γραμμικές εξισώσεις.
- Το δεύτερο μέρος του παπύρου Rhind αποτελείται από γεωμετρικά προβλήματα.
- Το τρίτο μέρος του παπύρου Rhind αποτελείται από μια συλλογή από 84 προβλήματα.

Στον Πάπυρο του Αχμές-Ριντ διαβάζουμε ένα πρόβλημα:

Σε καθένα από 7 σπίτια ζουν 7 γάτες. Κάθε γάτα τρώει 7 ποντικούς, κάθε ποντικός τρώει 7 στάχυα, από κάθε στάχυ μπορούμε να γεμίσουμε 7 δοχεία σιτάρι. Πόσα είναι όλα τα δοχεία;

Απάντηση: Με τους σημερινούς συμβολισμούς για τις δυνάμεις τα δοχεία είναι: $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5 = 16807$ δοχεία.

Από την επεξεργασία αυτού και άλλων προβλημάτων καταλαβαίνουμε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι, όχι μόνο αντιλαμβάνονταν την έννοια της δύναμης αλλά γνώριζαν και τη διαδικασία με την οποία υπολογίζεται ένα πεπερασμένο άθροισμα από δυνάμεις που κάθε προσθετέος προκύπτει από την προηγούμενη δύναμη, αν τη πολλαπλασιάσουμε με τη βάση της.



Εικόνα 1

Τμήμα από τον πάπυρο του Rhind

Αιγυπτιακό ημερολόγιο

Το μεγαλύτερο ποσοστό των Αιγυπτίων ασχολούνταν με την γεωργική ζωή, γι' αυτό το λόγο είχε μεγάλη σημασία για αυτούς να γνωρίζουν τις κατάλληλες χρονικές περιόδους για την καλλιέργεια, τη σπορά και τη συγκομιδή. Ο Νείλος ήταν πηγή ζωής για την αρχαία Αίγυπτο και με τις πλημμύρες του ρύθμιζε την αιγυπτιακή ζωή. Η αναγκαιότητα αυτή οδήγησε στην δημιουργία της αστρονομίας με καθοδηγητές τους ιερείς. Σύμφωνα με το αιγυπτιακό ημερολόγιο, το έτος χωρίζεται σε 365 ημέρες, 12 μήνες από 30 ημέρες ο καθένας και στο τέλος πρόσθεταν 5 συμπληρωματικές ημέρες. Ο κάθε μήνας αποτελούνταν από τρία δεκαήμερα. Το ημερονύκτιο χωριζόταν σε 12 ώρες ημέρας και 12 νύχτας. Οι ώρες δηλαδή ήταν άνισες και κυμαίνονταν ανάλογα με την εποχή του έτους. Οι εποχές ήταν τρεις: πλημμύρας, σποράς και θερισμού και καθεμία περιλάμβανε 4 μήνες. Οι 5 επιπρόσθετες ημέρες στο τέλος του έτους ήταν αφιερωμένες στις 5 μεγάλες θεότητες της Αιγύπτου: Όσιρη, Ώρο, Ίσιδα, Σημ και Νέφθη. Η συσχέτιση του ημερολογίου με τον πραγματικό χρόνο γινόταν με τις εμφανίσεις του

Σείριου, που αντιστοιχούσαν σε χρονική περίοδο 365-2507 ημερών. Το βασικό μειονέκτημα του αιγυπτιακού ημερολογίου βασιζόταν στο γεγονός ότι ο χρόνος έχει 365 1/4 ημέρες. Άρα μέσα σε 4 χρόνια από τα τέταρτα σχηματιζόταν μία ημέρα. Οι ιερείς – αστρονόμοι γνώριζαν αυτό το γεγονός. Παρόλα αυτά όμως δεν προσπάθησαν να διορθώσουν αυτό το πρόβλημα διότι πίστευαν ότι πρέπει να βασιλεύει στον ουρανό η απόλυτη αρμονία. Τα χρόνια αριθμούνταν σύμφωνα με τις βασιλείες των φαραώ, πράγμα που διατηρήθηκε μέχρι την εποχή των Πτολεμαίων, οπότε και καθιερώθηκαν οι χρονολογικές εποχές.

Οι συμβολισμοί στην Αίγυπτο

Στην αρχαία Αίγυπτο ως σύστημα αρίθμησης χρησιμοποιείτε το δεκαδικό σύστημα. Στην αρχαία Αίγυπτο επίσης τα μαθηματικά και τα κείμενα διαβάζονται από αριστερά προς τα δεξιά. Έγραφαν με δυο τρόπους με την χρήση των ιερογλυφικών και της ιερατικής γραφής. Για παράδειγμα το 237 στην αρχαία Αίγυπτο γράφονταν με δυο σύμβολα που μοιάζουν με το σημερινό εννιά με τρία σύμβολα που μοιάζουν με ημικύκλια και επτά σύμβολα που μοιάζουν με μια γραμμή και το 971 γράφονταν με εννιά σύμβολα που μοιάζουν με το σημερινό εννιά με επτά σύμβολα που μοιάζουν με ημικύκλιο και με ένα σύμβολο που μοιάζει με μια γραμμή.

Αριθμητικές πράξεις

Όσων αφορά τις αριθμητικές πράξεις που υπήρχαν στην αρχαία Αίγυπτο, είναι οι ίδιες που υπάρχουν και σήμερα δηλαδή είχαν την πρόσθεση, την αφαίρεση, τον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση. Παρόλα αυτά οι Αιγύπτιοι αντιλαμβάνονταν αυτές τις πράξεις και κυρίως τον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση, με διαφορετικό τρόπο. Καταρχάς η πρόσθεση φαίνεται να είναι μια απλοποίηση της πρόσθεσης σήμερα. Πιο συγκεκριμένα είχαν σύμβολα για την μονάδα, το δεκαδικό ψηφίο και για τις δυνάμεις του όπως 100 και 1000. Το κάθε σύμβολο αποτελεί το ένα δέκατο του επόμενου. Έτσι πρόσθεταν το πλήθος των συμβόλων και αν το άθροισμα ξεπερνούσε τις δέκα μονάδες τότε πρόσθεταν ένα επόμενο σύμβολο και αφαιρούσαν δέκα μονάδες. Η αφαίρεση γίνεται με τον ακριβώς αντίθετο τρόπο από την πρόσθεση. Το πιο δύσκολο κομμάτι όμως στις πράξεις είναι ο πολλαπλασιασμός, καθώς είναι ένα συνδυασμό διαίρεσης και πρόσθεσης. Αρχικά, από τους δύο αριθμούς που πολλαπλασιάζουμε παίρνουμε τον έναν και την βοήθεια των πολλαπλάσιων του και σύμφωνα με το πηλίκο τις διαίρεσης του πολλαπλάσιου του αριθμού με τον αριθμό αυτό κρατάμε

μερικά πολλαπλάσια. Το άθροισμα των πολλαπλάσιων, οι οποίοι από την παραπάνω διαίρεση έχουν πηλίκα με άθροισμα τον άλλον αριθμό του αρχικού πολλαπλασιασμού. Με αυτόν τον έξυπνο αλλά περίπλοκο τρόπο έλυναν προβλήματα όπως ο υπολογισμός του εμβαδού. Η διαίρεση, σχεδόν όπως και ο πολλαπλασιασμός, είναι αποτέλεσμα πρόσθεσης και των πολλαπλασίων. Σε αντίθεση όμως με τον πολλαπλασιασμό επιδιώκουμε το άθροισμα των πολλαπλασίων του διαιρέτη να είναι ίσο με τον διαιρετέο. Πιο συγκεκριμένα υπολογίζανε τα πολλαπλάσια του διαιρέτη των οποίων το άθροισμα είναι ίσο με τον διαιρετέο και μετά τα πηλίκα αυτών των πολλαπλασίων διαιρεμένα με τον διαιρέτη αν προστεθούν μας δίνουν το αποτέλεσμα της διαίρεσης. Η διαίρεση στην αρχαία Αίγυπτο ήταν πολλή χρήσιμη καθώς έλυνε προβλήματα κατανομής διάφορων προϊόντων. Μερικά τέτοια προβλήματα υπάρχουν και στον πάπυρο του Rhind. Στην ίδια κατηγορία με την διαίρεση είναι και τα κλάσματα.

ΒΑΒΥΛΩΝΙΑΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Ομάδα Β:

Μπαλατσιάς Σωτήρης

Νταή Ελένη-Αντιγόνη

Νούλα Ευρυδίκη

Παρμάκη Χρύσα

Ιστορικά γεγονότα

Οι πληροφορίες που έχουμε για την ιστορία των μαθηματικών στη Μεσοποταμία είναι λίγες και βρέθηκαν σχετικά πρόσφατα. Οι γνώσεις μας για την ιστορία των μαθηματικών ξεκινά από το 4.000 π.Χ. Οι Σουμέριοι εμφανίζονται το 3500 π.Χ νότια της Μεσοποταμίας. Επρόκειτο να αποτελέσουν μία από τις πιο αξιόλογες πολιτιστικές ομάδες σε όλη την Ιστορία μέχρι σήμερα. Η διάκρισή αυτή, οφείλεται πρώτα απ' όλα στις πολυάριθμες και σημαντικές τους εφευρέσεις. Μία από αυτές είναι ο τροχός, σημαντικό βήμα για την μετέπειτα δημιουργία των αρμάτων. Μία άλλη σημαντική καινοτομία τους, είναι και η χρήση πλίνθων (δηλαδή τούβλων)



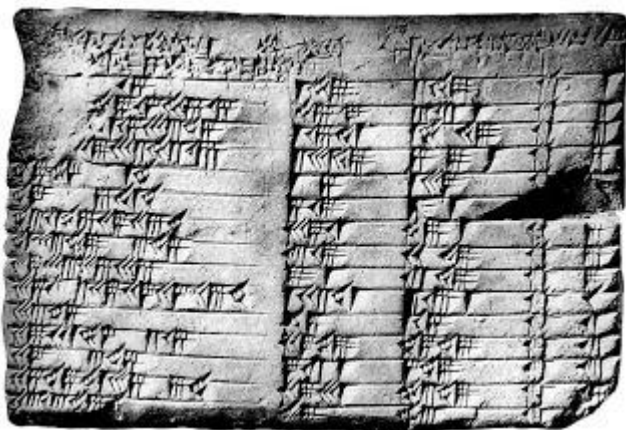
για την κατασκευή μνημειακών κτιρίων και γεφυρών.

Επιπλέον, οι Σουμέριοι ήταν οι πρώτοι που πήραν ως προϊόν το βούτυρο από το γάλα με τη δημιουργία του

«sakir» όπως λέγανε το δοχείο στο οποίο χτυπιέται το γάλα για να βγει το βούτυρο.

Τέλος, αξιοσημείωτη είναι και η οικοδόμηση μεγάλων παλατιών και οικοδομημάτων, όπως οι κρεμαστοί κήποι της Βαβυλώνας και τα ζιγκουράτ. Η πιο σημαντική όμως επινοήσή τους, είναι η χρήση ενός αριθμητικού συστήματος το οποίο στα τέλη του 3.000 π.Χ. εξελίχθηκε σε εξηκονταδικό θεσιακό σύστημα αρίθμησης. Αργότερα η Μεσοποταμία κατακτήθηκε από τους Πέρσες και δύο αιώνες μετά από τον Μέγα Αλέξανδρο. Αποτέλεσμα αυτών των πολέμων ήταν να συνενωθεί η ιστορία της Μεσοποταμίας με τους λαούς των άλλων λαών όπως των Περσών και των Ελλήνων.

Αριθμητικός συμβολισμός και βασικές πράξεις



Όσον αφορά το αριθμητικό σύστημα της Μεσοποταμίας, ήταν μη ψηφιακό εξηκονταδικό θεσιακό σύστημα.

Σε αυτό το σύστημα υπήρχαν δύο μόνο σύμβολα:

-Η απλή κατακόρυφη σφήνα **↑** η οποία συμβόλιζε την μονάδα και
-η διπλή σφήνα **◀** που συμβόλιζε την δεκάδα. Τα σύμβολα αυτά

σχηματίζονταν πιέζοντας μια αιχμηρή γραφίδα σε μια πήλινη πινακίδα. Ωστόσο, αξιοπερίεργο είναι ότι το 60 με τη θετική του ή την αρνητική του τιμή, συμβολιζόταν με το σύμβολο που είχε και η μονάδα 𐎶 . Το σύμβολο αυτό το είχε και ο αριθμός (θετικός ή αρνητικός) του 3600 και γενικά κάθε αριθμός που ήταν αποτέλεσμα δύναμης του 60, με εκθέτη του ακέραιο αριθμό. Άρα καταλαβαίνουμε ότι η τιμή ενός αριθμητικού συμβόλου δεν είναι μονόσημα καθορισμένη.

Η τιμή ενός αριθμητικού συμβόλου εξαρτάται από τη θέση του μέσα στη σημειογραφία του εκάστοτε αριθμού (θεσιακό σύστημα). Διέπεται από την ίδια βασική αρχή που ισχύει και σήμερα όπου λ.χ. στο 1955 το πρώτο ψηφίο 5 λόγω της θέσης του στη σημειογραφία του αριθμού έχει δεκαπλάσια τιμή από το δεύτερο 5. Το ίδιο ισχύει και στο βαβυλωνιακό σύστημα στο οποίο αντί για τον πολλαπλασιασμό των θέσεων με τις δυνάμεις του 10, εδώ ο πολλαπλασιασμός γίνεται με τις δυνάμεις του 60.

Αυτό το σύστημα προσέφερε την ευκολία στον πολλαπλασιασμό των αριθμών, καθώς με την χρήση του βασικού πίνακα με τους πολλαπλασιασμούς από το 1 έως το 59, μπορούσαν να λυθούν όλες οι πράξεις, ενώ με τους ίδιους προαναφερθέντες πίνακες πολλαπλασίαζαν εξηκονταδικά κλάσματα σαν να ήταν ακέραιοι αριθμοί.

Υπήρχε όμως και η απουσία συμβόλου για την απεικόνιση του μηδενός, που προκαλούσε σύγχυση στην τάξη μεγέθους του αριθμού. Δεύτερο μειονέκτημα, ήταν η απουσία συμβόλου για την υποδιαστολή ώστε να διακρίνονται οι δεκαδικοί από τους ακεραίους.

Βαβυλωνιακή άλγεβρα

Οι Βαβυλώνιοι έκτος από αριθμητικούς υπολογισμούς, κατόρθωσαν να αναπτύξουν μεθόδους για την επίλυση εξισώσεων. Ήταν σε θέση επίσης να λύνουν συστήματα, με μεθόδους θυμίζουν ορισμένες που χρησιμοποιούμε και εμείς σήμερα και δευτεροβάθμιες εξισώσεις. Ωστόσο δεν είχαν την δυνατότητα να λύνουν τριτοβάθμιες εξισώσεις. Ένα ακόμη χαρακτηριστικό της βαβυλωνιακής άλγεβρας, προκειμένου να διευκολυνθούν στην επίλυση εξισώσεων, είναι ότι στη θέση των αφηρημένων άγνωστων αντιστοιχούσαν γεωμετρικές εκφράσεις, χωρίς ωστόσο να αναμειγνύουν τις διαστάσεις μεταξύ τους. Αυτά τα στοιχεία μαρτυρούν το αξιοσημείωτο βάθος στην κατανόηση της άλγεβρας.

Παράδειγμα:

Να βρεθούν δυο (θετικοί) αριθμοί με άθροισμα 14 και γινόμενο 45.

(Η λύση των βαβυλωνίων με σύγχρονη διατύπωση.)

Δυο αριθμοί με άθροισμα 14 μπορούν πάντα να γραφτούν ως $7+\alpha$ και $7-\alpha$. Επομένως θα είναι:

$$(7+\alpha)(7-\alpha)=45$$

$$49-\alpha^2=45$$

$$\alpha^2=4$$

$$\alpha=2$$

Αρά οι αριθμοί είναι το 9 και το 5.

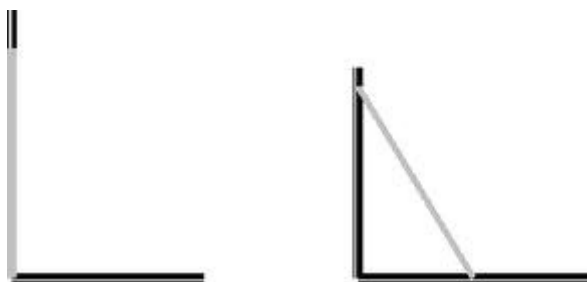
Με την ίδια διαδικασία κατόρθωσαν να επιλύουν και δευτεροβάθμιες εξισώσεις.

Βαβυλωνιακή γεωμετρία

Η βαβυλωνιακή γεωμετρία συνιστούνταν από τη μέτρηση όγκων και εμβαδών. Η μέτρηση της περιφέρειας του κύκλου θα ήταν σωστή αν ο αριθμός π υπολογιζόταν 3. Οι βαβυλώνιοι γνώριζαν και το πυθαγόρειο θεώρημα, το οποίο χρησιμοποιούσαν για την μέτρηση μηκών ευθύγραμμων τμημάτων. Μέσα από άλλους υπολογισμούς διαφαίνεται η γνώση και άλλων θεωρημάτων έκτος του πυθαγόρειου, όπως αυτό που αφορά στις αναλογίες των πλευρών ομοίων τριγώνων. Καθώς δεν γνώριζαν πώς να μετρούν γωνίες, οι μελέτες τους αφορούσαν περισσότερο τη μέτρηση των πλευρών τριγώνων. Οι βαβυλώνιοι είναι γνωστοί επειδή εφεύραν το βαβυλωνιακό μίλι (αντιστοιχεί σε 11,3 χιλιόμετρα) το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την μέτρηση του ταξιδιού του ήλιου και επομένως κατέληξε να χρόνο-μίλι, παριστάνοντας χρόνο και όχι απόσταση. Τέλος, οι βαβυλώνιοι κρατούσαν λεπτομερές αρχείο για την κίνηση των πλανητών και των άστρων, τις ηλιακές και σεληνιακές εκλείψεις, στοιχείο που βεβαιώνει τις καλές γεωμετρικές γνώσεις που διέθεταν.

Παράδειγμα:

«Μια δοκός έχει μήκος 30. Το πάνω άκρο της μετακινήθηκε προς τα κάτω κατά 6. Πόσο απομακρύνθηκε το κάτω άκρο της;»



Το όλο πρόβλημα συνίσταται στο να υπολογιστεί η μια πλευρά ορθογώνιου τριγώνου, που η υποτείνουσα του είναι 30 και η διαφορά της άλλης από την

υποτείνουσα είναι 6. Από τον αριθμητικό υπολογισμό που ακολουθεί βλέπουμε πως οι βαβυλώνιοι εφάρμοζαν το πυθαγόρειο θεώρημα.

$$30-6=24$$

$$30^2=900$$

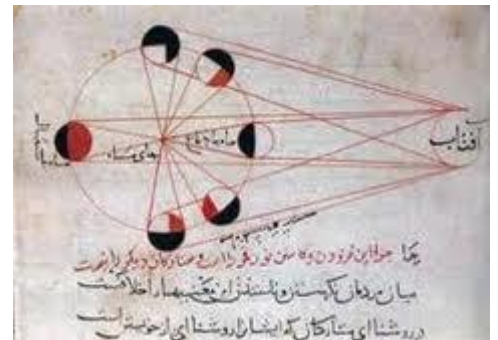
$$24^2=576$$

$$30^2-24^2=324$$

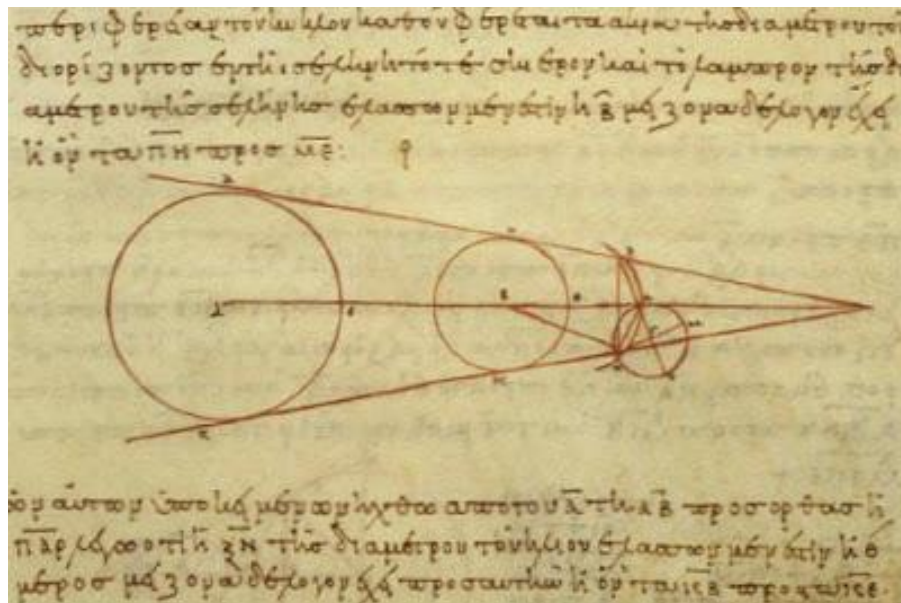
Επομένως $x=18$

Βαβυλωνιακή αστρονομία

Η βαβυλωνιακή αστρονομία είναι η απαρχή της αστρονομίας, ο πρόγονος της σημερινής δυτικής αστρονομίας. Οι Βαβυλώνιοι αστρονόμοι κρατούσαν λεπτομερές αρχείο για την κίνηση των άστρων, τις ηλιακές και σεληνιακές εκλείψεις, την κίνηση των πλανητών, γνώσεις φυσικά που συνδυάστηκαν με την γεωμετρία που είχαν αναπτύξει.



ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



Ομάδα Γ:

Νιούτσικος Δημήτρης

Παπαζέκου Μαρία

Παπαϊωάννου Θεοδώρα

Πεταρούδης Σταύρος

ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

⚠ Με τον όρο αρχαία ελληνική επιστήμη δεν εννοούμε μόνο την επιστήμη που αναπτύχθηκε μέσα στον ελλαδικό χώρο αλλά σε όσες περιοχές μιλούσαν την ελληνική γλώσσα. Η πρώιμη ελληνική επιστήμη του 6^{ου} και του 5^{ου} π.Χ. αι. αναπτύχθηκε κυρίως στην Ιωνία, στα δυτικά παράλια της Μικράς Ασίας και στη Μεγάλη Ελλάδα.

Οι προσωκρατικοί φυσικοί φιλόσοφοι και ο «κόσμος»

Οι Προσωκρατικοί φιλόσοφοι είναι οι πρώτοι που προσέγγισαν διαφορετικά την ερμηνεία του φυσικού κόσμου. Απέρριπταν τα υπερφυσικά στοιχεία ως αίτια φυσικών φαινομένων και πλησίασαν στην ορθολογική ερμηνεία τους. Πιο συγκεκριμένα, άφηναν τους Θεούς και τις μυθικές αντιλήψεις έξω από την ερμηνεία των φαινομένων, τα οποία κατέταξαν σε κατηγορίες ανάλογα με τα κοινά χαρακτηριστικά τους. Επιπλέον, πραγματοποιούνταν δημόσιες συζητήσεις των απόψεων των φιλοσόφων με σκοπό να «νομιμοποιηθούν» όσες γίνουν ευρύτερα αποδεκτές. Δυστυχώς όμως, ελάχιστα μόνο από τα έργα των Προσωκρατικών φιλοσόφων σώζονται σήμερα και οι πηγές που έχουμε είναι από μεταγενέστερα εδάφια. Γνωρίζουμε όμως πως η μελέτη της φύσης δεν είχε τη μορφή οργανωμένης επιστημονικής έρευνας.

Τα προεुकλείδεια μαθηματικά

Κανένα κείμενο της εποχής δεν διασώζεται ακέραιο και οι πληροφορίες έχουν αντληθεί 1000 χρόνια αργότερα από μεταγενέστερους συγγραφείς.

Η σχολή της Ιωνίας

Παραθέτεται ένας κατάλογος γεωμετρών πριν από τον Ευκλείδη όπου πρώτος βρίσκεται ο Θαλής. Η ιστορική κριτική είναι επιφυλακτική ως προς την ακεραιότητα του καταλόγου μιας και ο Θαλής δεν έγραψε κανένα βιβλίο. Αποδίδονται όμως στον Θαλή εφαρμογές συμμετρίας και ισότητας τριγώνων. Την εποχή εκείνη έλειπε η λογική βάση και η αξιωματική συγκρότηση ώστε μια απόδειξη να είναι αληθής. Οι Ίωνες τοποθετούν πρώτοι στην Ιστορία το σχήμα ως αντικείμενο μελέτης και στοχασμού.

Η σχολή των Πυθαγορείων

Οι γνώσεις μας για τον Πυθαγόρα είναι τεκμηριωμένες από μεταγενέστερους συγγραφείς, οι οποίοι συχνά απέδιδαν κάθε γνώση στους

παλιούς. Ο Πυθαγόρας θεωρούνταν πιο πολύ φιλόσοφος παρά μαθηματικός, καθώς πίστευε ότι τα μαθηματικά είναι η οδός για την απελευθέρωση της ψυχής. Οι Πυθαγόρειοι ήταν οι πρώτοι που διέκριναν τους αριθμούς σε άρτιους και περιττούς. Τους αποδίδεται η συμβολή τους στο θεώρημα της υποτείνουσας. (Πυθαγόρειο Θεώρημα)

Η ανακάλυψη της ασυμμετρίας

Δεν μπορούμε να απαντήσουμε με βεβαιότητα που και πότε ανακαλύφθηκε. Σύμφωνα με τον Πάππο συνέβη στη Σχολή των Πυθαγορείων. Τον 5^ο αι. π.Χ ο Θεόδωρος ο Κυρηναίος απέδειξε την αρρητότητα.

Η σχολή της Χίου

Εκπρόσωπός της είναι ο Ιπποκράτης. Από αυτή την περίοδο ξεκινά μια εποχή με τεκμηριωμένα ιστορικά στοιχεία. Έχει διασωθεί ένα απόσπασμα από τον τετραγωνισμό των μηνίσκων. Η σχολή αυτή σηματοδοτεί μια καμπή στην ιστορία των μαθηματικών μια και ο Ιπποκράτης ήταν ο ίδιος συγγραφέας. Ακμάζει η επεξεργασία των προβλημάτων προς επίλυση και οι τρόποι απόδειξης αυτών.

Τα τρία κλασικά προβλήματα της ελληνικής γεωμετρίας

Τα προβλήματα του τετραγωνισμού του κύκλου, του διπλασιασμού του κύβου και της τριχοτόμησης της τυχούσας γωνίας απασχόλησαν για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα τους αρχαίους. Αντιλήφθηκαν ότι η επίλυση τους δεν μπορεί να γίνει μόνο με κανόνα και διαβήτη. Έτσι, οδηγήθηκαν στην ανακάλυψη των κωνικών τομών (παραβολή, έλλειψη, υπερβολή) εμπλουτίζοντας έτσι τις αποδεικτικές μεθόδους της γεωμετρίας. Η κατασκευή της τριχοτόμησης μιας γωνίας αποδίδεται από ορισμένους ιστορικούς των μαθηματικών στο σοφιστή Ιππία τον Ηλείο. Για το διπλασιασμό του κύβου δόθηκαν πάνω από δέκα λύσεις κάποιες από τις οποίες παρουσιάζουν τεράστιο ιστορικό ενδιαφέρον. Τέλος, για τον τετραγωνισμό του κύκλου, ο Αρχιμήδης απέδειξε την ισοδυναμία αυτού του προβλήματος με το πρόβλημα της εύρεσης του μήκους της περιφέρειας, ισοδυναμία που ήταν όμως γνωστή από τα μέσα του 4^{ου} π.Χ..

Η ελληνική αστρονομία τον 4^ο π.Χ. αιώνα

Κατά την ελληνική αρχαιότητα μεγάλη άνθηση εκτός από τα μαθηματικά, γνώρισε και η αστρονομία. Βέβαια, η ιστορία της ελληνικής αστρονομίας δεν άρχισε τον 4^ο αι. π.Χ., αλλά πολύ παλιά με διάφορες περιγραφές του κόσμου. Η πιο ενδιαφέρουσα από αυτές ήταν του Φιλολάου (όπου σύμφωνα με αυτή την κεντρική θέση στο σύστημα δεν είχε η γη, αλλά το κεντρικό πυρ και γύρω από αυτό περιφέρονταν τα ουράνια σώματα με κυκλικές τροχιές). Κύριο χαρακτηριστικό των περιγραφών που είχαν διατυπωθεί έως τότε ήταν η απουσία περιγραφής των κινήσεων των ουράνιων σωμάτων. Έτσι, άρχισε σιγά-σιγά να διαμορφώνεται ένα είδος μαθηματικής αστρονομίας, που ασχολούνταν με τις κινήσεις των σωμάτων. Σημαντικό ρόλο στη στροφή αυτή της αστρονομίας έπαιξε ο Πλάτων και ο Εύδοξος ο Κνίδιος.

Ο ρόλος του Πλάτωνα

Η συμβολή του Πλάτωνα στην ιστορία της αστρονομίας έγκειται στις ιδέες του διατυπώνει για τον τύπο των εξηγήσεων που πρέπει να δίνουν οι αστρονόμοι. Στην παρακαταθήκη του προς τους αστρονόμους της εποχής του τονίζει τη ριζική διαφορά ανάμεσα στη μαθητική και στην παρατηρησιακή αστρονομία και το πρόβλημα της εξήγησης της κίνησης των πλανητών. Ακόμα ο Πλάτων επηρέασε την αστρονομία για 20 σχεδόν αιώνες, καθώς υποστήριξε ότι οι φαινόμενες κινήσεις των πλανητών θα έπρεπε να εξηγηθούν μόνο με ομαλές κυκλικές κινήσεις.

Το μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών του Ευδόξου

Το πρόβλημα, σύμφωνα με όσα ανέφερε ο Πλάτων, ήταν να επινοηθούν τεχνικές, οι οποίες θα έδιναν τη δυνατότητα περιγραφής της φαινόμενης τροχιάς των ουράνιων σωμάτων. Η ευφυέστερη από τις λύσεις που δόθηκαν ήταν αυτή του Ευδόξου και αποτελεί ένα από τα σπουδαιότερα επιτεύγματα στην ιστορία της αρχαίας ελληνικής επιστήμης. Σύμφωνα με αυτή η γη βρίσκεται ακίνητη στο κέντρο ενός συστήματος ομόκεντρων σφαιρών, οι οποίες περιστρέφονται ομαλά γύρω από κεκλιμένους άξονες περιστροφής. Από αυτές, η εξωτερική φέρνει τους απλανείς αστέρες, ενώ οι υπόλοιπες χρησιμεύουν για την περιγραφή των πλανητών. Ο πλανήτης που είναι σταθερά τοποθετημένος στην εσωτερική σφαίρα συμμετέχει στην κίνηση της σφαίρας αυτής. Έτσι, ο πλανήτης εκτελεί μια σύνθετη κίνηση, από την οποία προκύπτει η φαινόμενη κίνησή του. Το μοντέλο του Ευδόξου ήταν εξαιρετικά επιτυχημένο, καθώς οι φιλοδοξίες του δεν ήταν άλλες από

την ποιοτική συμφωνία μεταξύ θεωρίας και παρατηρησιακών δεδομένων και όχι ποσοτικών προγνώσεων.

Η πλανητική αστρονομία μετά τον Εύδοξο

Το μοντέλο των ομόκεντρων σφαιρών του Ευδόξου είχε πολύ μεγάλη αποδοχή από τους αστρονόμους της εποχής. Μάλιστα ο Αριστοτέλης το επεξεργάστηκε και το μετέτρεψε από γεωμετρική κατασκευή σε μηχανική, αφού απέδωσε φυσική ύπαρξη στο σύστημα των σφαιρών. Βέβαια δεν μπορούσε να δώσει εξήγηση σε όλα τα φαινόμενα. Άξιος αναφοράς είναι ο Ηρακλείδης από τον Πόντο, ο οποίος υποστήριξε ότι η γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της καθημερινά. Η άποψη αυτή όμως, η οποία μείωνε τον αριθμό των ουράνιων κινήσεων που έπρεπε να εξηγηθούν, δεν έγινε αποδεκτή.

Η θεωρία της κίνησης του Αριστοτέλη

Στην ιστορία των επιστημών ο Αριστοτέλης αποτέλεσε για περισσότερο από 2000 χρόνια μια αυθεντία. Ιδιαίτερα η διδασκαλία του για την κίνηση και η κοσμολογία του δεν ξεπεράστηκαν παρά μόνο τον 17^ο αιώνα. Σύμφωνα με την κοσμολογία του ο κόσμος χωρίζεται στην υποσελήνια περιοχή, όπου κυριαρχεί η φθορά και η αλλαγή και στον χώρο πέρα από την σελήνη, ο οποίος είναι αμετάβλητος και άφθαρτος. Για τις κινήσεις αυτές είχε αναπτύξει μια θεωρία.

Η θεωρία της κίνησης στην υποσελήνια περιοχή

Η θεωρία του Αριστοτέλη για την κίνηση στην υποσελήνια περιοχή βασίζεται σε δύο θεμελιώδεις αρχές. Σύμφωνα με την πρώτη αρχή, η κίνηση δεν είναι ποτέ αυθόρμητη, αλλά υπάρχει μια ενεργούσα δύναμη, που είναι σε επαφή με το κινούμενο σώμα, ενώ σύμφωνα με τη δεύτερη αρχή υπάρχουν δύο είδη κίνησης. Η φυσική, δηλαδή η ελεύθερη κίνηση των σωμάτων και η βίαιη, που γίνεται υπό την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης. Σε σχέση με την πρώτη αρχή ο Αριστοτέλης έπρεπε να δώσει εξήγηση γιατί σε ορισμένες περιπτώσεις η κίνηση συνεχίζει ακόμη και όταν το σώμα χάσει την επαφή του με το κινούν. Η απάντηση δόθηκε από την θεωρία της αντιπερίστασης, σύμφωνα με την οποία το μέσον εντός του οποίου διενεργείται η κίνηση αναλαμβάνει το ρόλο του κινούντος.

Η φυσική κίνηση

Στη φυσική κίνηση το κάθε σώμα έχει την τάση να κινείται προς το φυσικό τόπο του, μέχρι να τον φτάσει και να βρει την απόλυτη ηρεμία. Ο Αριστοτέλης έχει δύο κανόνες που ρυθμίζουν τη συμπεριφορά ενός σώματος όταν βρίσκεται σε φυσική κίνηση. Ο πρώτος μας λέει ότι όταν δυο σώματα με διαφορετικό βάρος πέφτουν ελεύθερα, ο χρόνος που απαιτείται για να καλυφθεί μια ορισμένη απόσταση είναι αντιστρόφως ανάλογος της βαρύτητάς τους. Ο δεύτερος υποστηρίζει ότι αν δυο σώματα με ίδιο βάρος κινούνται φυσικά, με διαφορετικά μέσα, ο χρόνος που απαιτείται για να καλυφθεί μια ορισμένη απόσταση είναι ανάλογος προς την αντίσταση που προβάλλουν τα μέσα. Η αντίσταση αυτή εξαρτάται από την πυκνότητα των μέσων.

Η εξαναγκασμένη κίνηση

Η εξαναγκασμένη κίνηση γίνεται υπό την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης, η οποία υποχρεώνει το σώμα να κινείται κάπου εκτός του φυσικού του τόπου. Αν σταματήσει η ενέργεια της εξωτερικής δύναμης, η κίνηση παύει να υπάρχει. Οι κανόνες της εξαναγκασμένης κίνησης ενός σώματος είναι ίδιοι με τους κανόνες της φυσικής κίνησης του.

Οι κινήσεις των ουράνιων σωμάτων

Για τον Αριστοτέλη η πρώτη ύλη, αυτή που αποτελεί το κάθε τι πάνω στον κόσμο είναι η γη, το νερό, ο αέρας και η φωτιά. Για τα ουράνια σώματα όμως υποστήριζε ότι αποτελούνται από κάτι διαφορετικό, από ένα πέμπτο στοιχείο, τον αιθέρα. Ο λόγος που τον οδήγησε σε αυτήν τη θεωρία είναι για να ερμηνεύσει τις φυσικές κινήσεις των ουράνιων σωμάτων. Οι κινήσεις αυτές, επειδή είναι αιώνιες, δεν μπορεί να είναι βίαιες. Άρα, καθώς οι φυσικές κινήσεις των τεσσάρων στοιχείων δεν είναι κυκλικές, αν ένα σώμα κάνει κυκλική κίνηση πρέπει να παρέμβει ο αιθέρας, που η κίνησή του είναι κυκλική.

Το απόγειο της αρχαίας ελληνικής επιστήμης

Τον 3^ο αιώνα π.Χ. η Αλεξάνδρεια βρίσκεται στην ακμή της και είναι το απόγειο των επιστημών. Η περίοδος αυτή ονομάζεται ελληνιστική καθώς υπήρχαν πολιτιστικοί δεσμοί μεταξύ των Ελλήνων και των Αιγυπτίων. Εγκαινιάζονται κάποια ιδρύματα που εκφράζουν την πνευματική ατμόσφαιρα.

Τα ελληνιστικά μαθηματικά

Τον 3^ο αιώνα τα ελληνιστικά μαθηματικά εισέρχονται σε μία νέα περίοδο. Οι πηγές πληροφόρησης είναι πλέον πιο έγκυρες και συχνά χαρακτηρίζεται ως ο χρυσός αιώνας των μαθηματικών.

Τα στοιχεία του Ευκλείδη

Τα «στοιχεία» είναι το πιο φημισμένο βιβλίο μαθηματικών με κορυφαίες πωλήσεις ανά τον κόσμο μιας και η ανθρωπότητα διδάχθηκε γεωμετρία από αυτό. Το βιβλίο αυτό δεν αποδίδεται αποκλειστικά στον Ευκλείδη αλλά και σε μεταγενέστερους του. Είναι το αρχαιότερο παράδειγμα σωζόμενου βιβλίου, που είναι γραμμένο με αξιωματική-παραγωγική μορφή. Σε αυτό εμφανίζονται για πρώτη φορά οι ορισμοί, τα αιτήματα και τα αξιώματα. Τα αιτήματα του αφορούν την ευθεία και τον κύκλο.

Ο Αρχιμήδης

Ο σημαντικότερος μαθηματικός της αρχαιότητας ήταν ο Αρχιμήδης. Τα συγγράμματα του είναι διαφορετικά από του Ευκλείδη καθώς εκτός από την απόδειξη των θεωρημάτων του παρουσιάζει και τις μεθόδους ανακάλυψής τους. Επιπλέον, οι νόμοι για την ισορροπία του ζυγού και την υδροστατική οφείλονται στον Αρχιμήδη και εξηγούν τα αντίστοιχα φαινόμενα.

Ο Απολλώνιος και η μελέτη των κωνικών τομών

Ο τελευταίος γεωμέτρης του αρχαίου ελληνικού κόσμου ήταν ο Απολλώνιος. Η κυριότερη συμβολή του στη γεωμετρία είναι το έργο του «Κωνικά», όπου ανατρέπει τις υπάρχουσες θεωρίες σχετικά με τις κωνικές τομές. Επιπλέον, μαζί με τον Ίππαρχο εμπλούτισαν τη μαθηματική αστρονομία.

⚠ Αυτή την περίοδο (3^ο π.Χ. αιώνα), σημαντικό είναι και το έργο που παράχθηκε σε κλάδους των εφαρμοσμένων μαθηματικών όπως η οπτική, η γεωγραφία και η εφαρμοσμένη μηχανική.

Ο Ερατοσθένης και η μέτρηση του μήκους της περιφέρειας της γης

Ένα αξιοσημείωτος σταθμός στο έργο του Ερατοσθένη στη μαθηματική γεωγραφία είναι ο υπολογισμός του μήκους της γήινης περιφέρειας. Μέσα από μια σειρά παρατηρήσεων και γεωμετρικών συλλογισμών έφτασε σε μια τιμή η οποία αποκλίνει μόνο 319 χιλιόμετρα από την πραγματική.

Η ελληνιστική αστρονομία

Τον 3^ο αιώνα π.Χ. εμφανίστηκαν στην αστρονομία δύο πολύ σημαντικές ιδέες. Η μία ήταν η ηλιοκεντρική υπόθεση, την οποία διατύπωσε ο Αρίσταρχος και η άλλη το μοντέλο επικύκλου-φέροντος κύκλου, που εισηγήθηκαν ο Απολλώνιος και ο Ίππαρχος.

Η ηλιοκεντρική υπόθεση του Αρίσταρχου

Σύμφωνα με τη μαρτυρία του Αρχιμήδη, ο Αρίσταρχος πρότεινε ένα ηλιοκεντρικό σύστημα, το οποίο υποστήριζε ότι η γη περιφέρεται γύρω από τον ήλιο, ο οποίος βρισκόταν ακίνητος στο κέντρο του σύμπαντος. Η θεωρία όμως αυτή δεν κατάφερε να επιβληθεί, καθώς δεν συμβάδιζε με την αριστοτελική φυσική και έρχονταν σε αντίθεση με διάφορες απλές καθημερινές παρατηρήσεις. Ακόμα οι λόγοι μη αποδοχής της είναι και θρησκευτικοί, καθώς για τους Έλληνες η ιδέα ότι η γη ήταν ακίνητη στο κέντρο του κόσμου αποτελούσε θρησκευτική πεποίθηση.

Το μοντέλο επί κύκλου-φέροντος κύκλου και οι παραλλαγές του

Τον 3^ο αιώνα π.Χ., το μοντέλο του επί κύκλου φέροντος διαδέχθηκε το μοντέλο του Ευδόξου. Θεωρείται το αριστούργημα της αρχαίας αστρονομίας. Το μοντέλο αυτό έχει ως αρχές τις βασικές υποθέσεις της ελληνικής αστρονομίας. Αργότερα, ο Πτολεμαίος επινόησε έναν εξισωτή βασισμένο στο μοντέλο για τη μελέτη της κίνησης των πλανητών τον οποίο αμφισβήτησε ο Κοπέρνικος.

Το πυθαγόρειο θεώρημα

«Εν τοις ορθογωνίοις τριγώνοις το από της την ορθήν γωνίαν υποτεινούσας πλευράς τετράγωνον ίσον εστί τοις από των την ορθήν γωνίαν περιεχουσών πλευρών τετραγώνοις».

Το τετράγωνο της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$.

Το Πυθαγόρειο θεώρημα είναι ένα από τα πιο σημαντικά θεωρήματα στην ιστορία των Μαθηματικών. Δεν πρόκειται για ένα άγνωστο θεώρημα το οποίο εισήγαγε πρώτος ο Πυθαγόρας, μιας και χρησιμοποιούταν σε πολλές χώρες πολύ πριν την απόδειξή του. Το θεώρημα είναι πολύ ενδιαφέρον, καθώς η σχέση της υποτείνουσας με τις πλευρές δεν είναι προφανής, ενώ η απόδειξή του είναι αρκετά σύντομη. Η απόδειξή του βρίσκεται στο βιβλίο «στοιχεία του Ευκλείδη» μαζί με πολλά άλλα θεωρήματα, καθώς και με τις αποδείξεις του καθενός. Το βιβλίο βρέθηκε το 300 π.Χ. όμως τα θεωρήματα ίσχυαν ακόμη και οι αποδείξεις ήταν επαρκώς αιτιολογημένες. Το πυθαγόρειο θεώρημα άλλαξε τη ζωή των μελετητών σε κάποιες περιπτώσεις. Ένας από τους πολλούς μελετητές του, ήταν ο Τόμας Χομπς, ο οποίος αφού πείσθηκε ότι το θεώρημα ισχύει, ασχολήθηκε με τα μαθηματικά. Ο Χομπς άρχισε να κατηγορεί τους σύγχρονους μαθηματικούς για έλλειψη ακρίβειας και χαρακτήρισε τα θεωρήματα ως πρόχειρα. Το πυθαγόρειο θεώρημα αναφέρεται σε έναν κανόνα και μια απόδειξη. Ο κανόνας αναφέρει πως το μήκος του τετραγώνου την υποτείνουσας είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των μηκών των δύο καθέτων πλευρών. Η απόδειξη, όμως, δείχνει πως η σχέση αυτή ισχύει. Η λέξη θεώρημα προέρχεται από την ελληνική λέξη θεώμαι που σημαίνει κοιτάζω με προσοχή. Ο κανόνας είναι βαρυσήμαντος μιας και πλέον το θεώρημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην καθημερινή ζωή. Συγκεκριμένα το Πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκει πλήθος εφαρμογές στη ναυσιπλοΐα, στη γεωργία, την αστρονομία, την αρχιτεκτονική και σε σχεδόν κάθε εφαρμοσμένη τέχνη. Ο κανόνας χρησιμοποιούταν πρακτικά και σε εποχές πριν τον Πυθαγόρα και τον Ευκλείδη. Πολλοί λαοί παρατήρησαν ότι συγκεκριμένα μήκη έδιναν μια τέλεια ορθή γωνία, και έτσι υπολόγιζαν μήκη χωρίς όμως να αποδείξουν το θεώρημα. Για παράδειγμα τα μήκη 3, 4 και 5 δίνουν ένα τέλειο πυθαγόρειο θεώρημα. Τέτοιοι αριθμοί λέγονται πυθαγόρειες τριάδες. Οι ανακαλύψεις έδειξαν ότι οι Βαβυλώνιοι είχαν υπ' όψη τους το πυθαγόρειο θεώρημα μιας και βρέθηκε μια πλάκα με δεκαπέντε πυθαγόρειες τριάδες. Επιπλέον, οι Ινδοί εφάρμοζαν πρακτικά το πυθαγόρειο θεώρημα, γεγονός που φαίνεται μέσα από το θρησκευτικό τους βιβλίο «Σουλμπασούτρας». Τέλος, οι Κινέζοι κατείχαν τη γνώση του κανόνα

τον οποίο χρησιμοποίησαν κυρίως στην αστρονομία. Το θεώρημα είναι ιδανικό για τη μέτρηση αποστάσεων, πράγμα που ήταν αρκετά σημαντικό σε παλιότερες εποχές. Επιπλέον η σημασία του θεωρήματος φαίνεται μέσα από το γεγονός ότι πολλοί μαθηματικοί ασχολήθηκαν με αυτό, καθώς και με την εύρεση περισσότερων αποδείξεων. Πολλοί άνθρωποι μαγεύτηκαν από το Πυθαγόρειο Θεώρημα και αφιέρωσαν τη ζωή τους στην εύρεση αποδείξεων για αυτό. Στις μέρες μας κυκλοφορεί ένα βιβλίο με 520 αποδείξεις του πυθαγορείου θεωρήματος, και συνεχώς έχουμε νέες αποδείξεις. Ένα άλλο γεγονός το οποίο μας φανερώνει τη σημασία του πυθαγορείου θεωρήματος είναι ότι έχει χρησιμοποιηθεί για την απόδειξη νέων θεωρημάτων, πολύ σημαντικών για την εξέλιξη της επιστήμης. Το πυθαγόρειο θεώρημα ακόμα παραμένει το πιο διαδεδομένο στην ιστορία των μαθηματικών.

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΝ ΜΕΣΑΙΩΝΑ & ΤΗΝ ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΗ



Ομάδα Δ:

Γρηγορίου Αποστόλης

Βούρτα Μαρία

Δροσίνη Μαρία

Κονδύλη Ναταλία-Βίκυ

Η επιστήμη στην ύστερη αρχαιότητα

Μία όψη της αρχαίας ελληνικής επιστήμης, στην οποία ίσως δεν έχουμε δώσει προσοχή, είναι η πλευρά της διδασκαλίας και της μετάδοσής της μέσα στο χρόνο. Αν και τις περισσότερες φορές μας απασχολούν οι γραπτές πηγές δεν πρέπει να παραβλέπουμε ότι παράλληλα προς τα κείμενα υπήρχε μία προφορική μετάδοση γνώσεων. Σε αυτή μπορεί να τονίσει κανείς τα ουσιώδη και να επισημάνει πώς βρέθηκε η απόδειξη. Αυτά, συνήθως, απουσιάζουν από τη γραπτή διατύπωση κατά τον αυστηρό κλασικό τρόπο. Οι αποδείξεις είναι λογικά στέρρες, αλλά δεν αποκαλύπτουν την έμπνευση.

Την περίοδο που μας αφορά εξωτερικές αιτίες επέφεραν τη διακοπή της προφορικής παράδοσης και η αφομοίωση του έργου των μεγάλων προδρόμων ήταν εξαιρετικά δύσκολη και η υπέρβασή τους σχεδόν αδύνατη. Γι αυτό το λόγο και η ιστορία της ελληνικής επιστήμης μετά τον 3^ο μ.Χ. αιώνα χαρακτηρίζεται από διαρκώς φθίνουσα παραγωγή νέων ιδεών. Η ελληνική επιστήμη περνάει πια στη φάση που συνοψίζεται, ανθολογείται και σχολιάζεται, για να περάσει αργότερα στους Άραβες και μέσω αυτών στη Δυτική Ευρώπη.

Οι φιλοσοφικές και οι θρησκευτικές διδασκαλίες που αναπτύχθηκαν κατά την περίοδο αυτή επηρέασαν, κυρίως αρνητικά, την παραγωγή νέων ιδεών. Από τον 3^ο μ.Χ. αιώνα και μετά επικράτησε ένα φιλοσοφικό ρεύμα, γνωστό ως Νεοπλατωνισμός. Ως βάση είχε τη φιλοσοφία του Πλάτωνα όμως μαζί μ' αυτή συμπεριέλαβε και πλήθος άλλων δοξασιών. Ο Νεοπλατωνισμός, ήταν κυρίως φιλοσοφία της αποκάλυψης.

Την ίδια περίοδο ο Χριστιανισμός εξελίχθηκε σε σημαντική θρησκευτική δύναμη και από τον 4^ο μ.Χ. αιώνα, σε επίσημη κρατική θρησκεία του ανατολικού τμήματος της Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας. Κατά τους πρώτους χριστιανικούς αιώνες δεν υπήρξε ενιαία στάση από την πλευρά της εκκλησίας απέναντι στην αρχαία κληρονομιά. Ορισμένοι από τους εκκλησιαστικούς συγγραφείς ενθάρρυναν την κοσμική εκπαίδευση ως αναγκαία προϋπόθεση για τη μελέτη και τη διάδοση της Βίβλου. Η επεξεργασία και η υπεράσπιση της χριστιανικής πίστης έναντι των λόγιων οπαδών άλλων φιλοσοφικών τάσεων τους υποχρέωνε να μελετήσουν τα λογικά εργαλεία που είχε δημιουργήσει η ελληνική φιλοσοφία. Υπήρξαν φωτεινοί στοχαστές, που με την κριτική τους σε πλευρές της αρχαίας επιστημονικής σκέψης συνέβαλαν ώστε να διατηρηθεί ζωντανή η επιστημονική παράδοση. Τέλος, η διάσωση της αρχαίας επιστημονικής κληρονομιάς οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στους μοναχούς της βυζαντινής εποχής.

Όπως για τους περισσότερους Αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς, έτσι δε γνωρίζουμε με βεβαιότητα πότε ακριβώς έζησε ο Διόφαντος. Το πιο σημαντικό έργο του Διοφάντου είναι τα Αριθμητικά, αποτελούμενο από δεκατρία βιβλία από τα οποία σήμερα σώζονται τα δέκα. Από αυτά έξι σώζονται στο πρωτότυπο ελληνικό κείμενο και τέσσερα σε μια μεσαιωνική αραβική μετάφραση του 9^{ου} αιώνα. Το έργο του αυτό άσκησε μεγάλη επίδραση στον Viète, στον Descartes και σε άλλους μαθηματικούς του 17^{ου} αιώνα που ευθύνονται για τα νεότερα μαθηματικά. Στην αρχή του πρώτου βιβλίου των Αριθμητικών, ο Διόφαντος πραγματεύεται το θέμα της επίλυσης προβλημάτων που ισοδυναμούν με αλγεβρικές εξισώσεις. Η εισαγωγή αυτή έχει χαρακτηριστεί από πολλούς ιστορικούς των μαθηματικών ως το αρχαιότερο εγχειρίδιο άλγεβρας στην ιστορία των μαθηματικών. Πρώτα ο Διόφαντος εισάγει μία ειδική ορολογία, καθώς και μια σειρά από συντομογραφίες για την παράσταση των διαδοχικών δυνάμεων του αγνώστου. Η καινοτομία του Διοφάντου, όμως δε συνίσταται τόσο στην επινόηση των συντομογραφιών αλλά στο ότι εισάγει τις συντομογραφίες στο λογιστικό μέρος της επιλυτικής διαδικασίας των προβλημάτων. Αυτό το στοιχείο είναι που προσδίδει αλγεβρικό χαρακτήρα στο έργο του Διοφάντου. Στο τέλος της Εισαγωγής ο Διόφαντος διατυπώνει τις δύο βασικές πράξεις του λογισμού των εξισώσεων που χρησιμοποιούμε και σήμερα, όταν θέλουμε να φέρουμε μία εξίσωση στην τελική μορφή της. Τη μεταφορά όρων από το ένα μέλος στο άλλο και την αναγωγή των ομοίων όρων.

Οι επιστήμες στον Μεσαίωνα

Κατά την περίοδο του Μεσαίωνα τόσο ο ισλαμικός πολιτισμός, όσο το Βυζάντιο και ο λατινοευρωπαϊκός πολιτισμός συνέβαλαν στη διατήρηση αλλά και στη γόνιμη κριτική της αρχαίας επιστημονικής κληρονομιάς.

Οι επιστήμες στο Βυζάντιο

Η προσφορά του Βυζαντίου στην ιστορία των επιστημών συνίσταται κυρίως στη διαφύλαξη και παράδοση πολλών επιτευγμάτων της αρχαιότητας, τόσο με την αντιγραφή και τη διάσωση των κειμένων, όσο και με την ερμηνεία και το σχολιασμό τους. Το Βυζάντιο αποτέλεσε σημαντική οδό μετάδοσης της αρχαίας ελληνικής επιστήμης προς την Ανατολή και προς την Δύση. Επίσης θεωρείται χώρο γόνιμης συνάντησης της ελληνικής με άλλες επιστημονικές παραδόσεις και κυρίως με την αραβική.

Μπορούμε να χωρίσουμε τη Βυζαντινή χιλιετία σε τρεις περιόδους.

Η πρώτη που εκτείνεται ως τη βασιλεία του Ιουστινιανού (527-565) και αφορά την τελευταία αναλαμπή των σχολών της αρχαιότητας. Οι

σημαντικότερες σχολές έχουν έδρες στην Αθήνα, στην Αλεξάνδρεια και στην Κωνσταντινούπολη. Στη σχολή των Αθηνών την κεντρική θέση στη διδασκαλία κατείχαν τα μαθηματικά, τα οποία θεωρούνταν από τους νεοπλατωνικούς προϋπόθεση για την κατανόηση των προβλημάτων της φιλοσοφίας. Κύριος εκπρόσωπος της σχολής ήταν ο Πρόκλος. Στη σχολή της Αλεξάνδρειας η εκπαίδευση ήταν προσανατολισμένη κυρίως προς τις θετικές επιστήμες. Εκεί έδρασαν δύο προικισμένοι μαθηματικοί ο Σιμπλίκιος και ο Φιλόπονος.

Η δεύτερη περίοδος έλαβε χώρα τον 9^ο και τον 10^ο αιώνα και είναι γνωστή και σαν πρώτη Βυζαντινή αναγέννηση. Κεντρική μορφή της αυτής της περιόδου είναι ο Λέων ο Μαθηματικός που ανέλαβε τη διεύθυνση του πανεπιστημίου της Κωνσταντινούπολης, που είχε ιδρυθεί από τον Θεοδόσιο Β και δίδαξε σε αυτό φιλοσοφία και μαθηματικά. Ο Λέων επινόησε ένα είδος οπτικού τηλεγράφου, ασχολήθηκε με την αστρολογία και στις παραδόσεις του ανάγονται τα αρχαιότερα σωζόμενα σχόλια για το έργο του Ευκλείδη και του Αρχιμήδη. Πρωτότυπη συμβολή του Λέοντα στην εξέλιξη της Άλγεβρας είναι η χρήση γραμμάτων για την παράσταση ορισμένων αριθμητικών ποσοτήτων. Επίσης ανεκτίμητης αξίας είναι η συμβολή του στη διάσωση των μεγάλων επιστημονικών έργων της αρχαιότητας. Ο Μιχαήλ Ψελλός (1018-1078) είναι και αυτός σημαντικός εκπρόσωπος της δεύτερης περιόδου. Αναδιοργάνωσε το πανεπιστήμιο και δίδαξε τη μαθηματική τετρακτύν.

Τέλος, τον 11^ο αιώνα διαμορφώθηκαν δύο ρεύματα σχετικά με την αστρονομία που φαίνεται ότι τους απασχόλησε ιδιαίτερα ως επιστήμη. Το πρώτο, που μπορούμε να το ονομάσουμε παραδοσιακό είχε στόχο την ανασύσταση της αρχαίας ελληνικής αστρονομίας. Το δεύτερο είχε έντονες επιρροές από την αραβική αστρονομία του 9^{ου} και 10^{ου} αιώνα.

Η τρίτη περίοδος ονομάζεται και Δεύτερη Βυζαντινή Αναγέννηση και κορυφώθηκε μεταξύ του τέλους του 13^{ου} και του 14^{ου} αιώνα.

Αραβική επιστήμη

Η περίοδος που μεσολάβησε από το 750 ως το 1450 χαρακτηρίζεται από ορισμένους ισλαμική επιστήμη ενώ από άλλους μελετητές αραβική επιστήμη. Ο δεύτερος όρος είναι πιο δόκιμος. Η αραβική επιστήμη είχε πολλές επιρροές κυρίως από την ελληνική επιστήμη γι αυτό και οι άραβες είναι όχι απλώς κληρονόμοι αλλά και συνεχιστές της αρχαίας ελληνικής επιστήμης. Επίσης έχουν δεχτεί επιρροές από την περσική και ινδική αστρονομία και την ινδική λογιστική.

Η προσφορά των Αράβων στην αριθμητική έγινε με την πρόσθεση των δεκαδικών αριθμών στο ψηφιακό σύστημα, την επίλυση εξισώσεων του 3^{ου} βαθμού, καθώς επίσης και τη σφαιρική τριγωνομετρία.

Ο Ύστερος Μεσαίωνας στη Δυτική Ευρώπη

Η επικράτηση του θρησκευτικού φανατισμού αυτή την περίοδο στη δυτική Ευρώπη οδήγησε σε σημαντικές αλλαγές στον τρόπο σκέψης. Οι έννοιες με τις οποίες θα ερμηνεύονταν ο κόσμος και η φύση, δεν έπρεπε να είναι αντίθετες με το Δόγμα του Χριστιανισμού. Από τα τέλη του 11^{ου} αιώνα στην Ισπανία μεταφράζονται από τα αραβικά στα λατινικά αρκετά αρχαία ελληνικά κείμενα. Οι Ευρωπαίοι βρίσκουν απαντήσεις για πολλά κοσμολογικά και φιλοσοφικά προβλήματα σε αυτά.

Τον 12^ο αιώνα αρχίζουν να ιδρύονται πανεπιστήμια στη Δυτική Ευρώπη. Αποτελούν ένα είδος εξέλιξης μερικών μοναστηριών που μέχρι εκείνη την εποχή ασχολούνταν συστηματικά με τα γράμματα. Το πανεπιστήμιο είναι το θεσμικό μέσο για την οργάνωση, την απορρόφηση και την επέκταση της καινούριας γνώσης, το εργαλείο που θα διέδιδε μια κοινή διανοητική κληρονομιά.

Στα πανεπιστήμια του Παρισιού, της Οξφόρδης και της Μπολόνια ιδιαίτερη άνθιση έχουν οι νομικές και ιατρικές σπουδές. Στο πρόγραμμα των σπουδών περιλαμβάνονται μαθήματα λογικής, κοσμολογίας, μαθηματικών και αστρονομίας. Βασική πηγή γνώσεων αποτελούν τα λογικά, τα επιστημονικά και τα φιλοσοφικά έργα του Αριστοτέλη.

Αρκετά από τα κείμενα που χρησιμοποιούσαν ήταν προϊόντα μεταφράσεων από μεταφράσεις Αράβων λογίων οι οποίοι πρόσθεσαν στην φιλοσοφία του Αριστοτέλη στοιχεία από το Ισλάμ, ένα από τα σημαντικότερα ήταν η άρνηση της ελεύθερης βούλησης.

Το 12^ο και 13^ο αιώνα άρχισαν να διαφαίνονται τα στοιχεία της αριστοτελικής φιλοσοφίας που ήταν σε αντίθεση με τη θεολογία της Δυτικής εκκλησίας. Μια βασική διαφορά ήταν ότι ο Αριστοτέλης δεν πίστευε στην αθανασία τη ψυχής σε αντίθεση με τη θεολογία. Επίσης για τον Αριστοτέλη ο κόσμος ήταν αιώνιος και κατ' επέκταση δεν μπορούσε να είναι δημιούργημα του Θεού. Τέλος, ο Αριστοτέλης αμφισβητούσε τα θαύματα αφού πίστευε ότι οι διαδικασίες της φύσης διέπονται από κανονικότητες που δεν αλλάζουν.

Με το πέρας των χρόνων οι διαφορές οξύνονται και το 1231 ο Πάπας Γρηγόριος ο Θ' ανακοινώνει ότι πρέπει να διαγραφούν τα λάθη από τα έργα του Αριστοτέλη. Σε ορισμένα πανεπιστήμια απαγορεύεται η διδασκαλία των έργων του Αριστοτέλη. Επιπρόσθετα ο επίσκοπος Etienne Tempier

αποφάσισε ότι πολλές από τις προτάσεις του Αριστοτέλη είναι αιρετικές και η τιμωρία σε όσους τις διδάσκουν θα είναι ο αφορισμός. Η κυριάρχηση των θεολόγων έναντι των φιλοσόφων αποτελεί σοβαρό πλήγμα στην ελεύθερη διακίνηση των ιδεών.

Τα μαθηματικά στην περίοδο της Αναγέννησης

Την περίοδο της αναγέννησης αρκετά αρχαιοελληνικά επιστημονικά κείμενα εκδόθηκαν και μεταφράστηκαν στα λατινικά απευθείας από το πρωτότυπο. Με τη διαδικασία αυτή, μπορούμε να πούμε ότι, ανακτήθηκε η αρχαία κληρονομιά. Όσο αφορά τα μαθηματικά αυτό αποτέλεσε τη βασική προϋπόθεση για τη ριζοσπαστική αλλαγή που γνώρισε η επιστήμη στα τέλη του 16^{ου} αιώνα αλλά και σε όλη τη διάρκεια του 17^{ου}, με αποτέλεσμα τη χειραφέτηση της από την αρχαία κληρονομιά και τη μετάβαση στη νεότερη εποχή. Τα σημαντικότερα στάδια αυτής της αλλαγής είναι:

- η δημιουργία της συμβολικής άλγεβρας και η μετάβαση από το γεωμετρικό στον αλγεβρικό τρόπο σκέψης
- η δημιουργία του απειροστικού λογισμού (διαφορικού και ολοκληρωτικού)

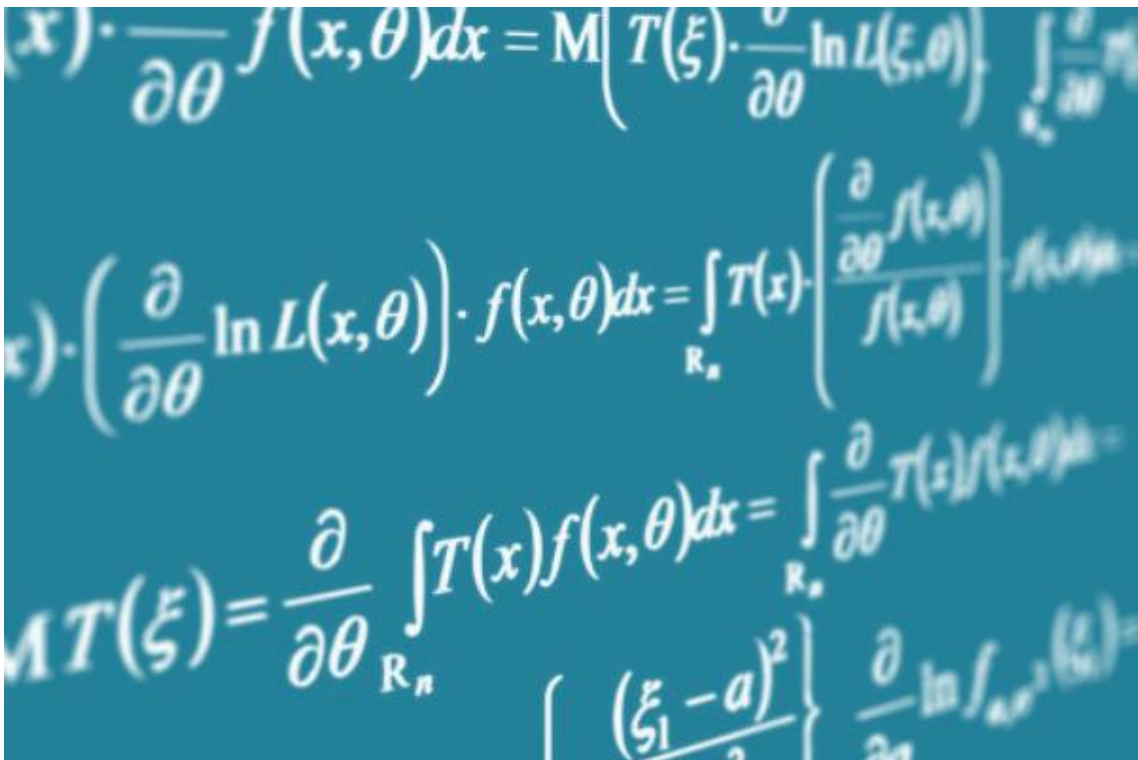
Στα τέλη του 15^{ου} αιώνα και στο πρώτο μισό του 16^{ου} με την οργανωμένη εκπαίδευση, τη μετάφραση των αρχαιοελληνικών έργων στις εθνικές γλώσσες και την ένταξη των επιστημών σε όλες τις βαθμίδες της, οι επιστημονικές γνώσεις διαδίδονται σε όλα σχεδόν τα κοινωνικά στρώματα. Το ίδιο ισχύει και για τα μαθηματικά που αποκτούν σημαντική σημασία στη συνείδηση των ανθρώπων.

Με την ανακάλυψη της τυπογραφίας διευκολύνθηκε το μεταφραστικό πρόγραμμα. Οι κύριοι εκπρόσωποι μεταφραστές ήταν ο Μαυρόλυκος και ο Κομαντίνιο. Αποτέλεσμα τους ήταν η ελληνική επιστήμη να γίνει κτήμα της επιστημονικής κοινότητας.

Τα σημαντικότερα θέματα που απασχόλησαν τους μαθηματικούς του 16^{ου} αιώνα είναι:

- η επίλυση των εξισώσεων ανωτέρου του 2^{ου} βαθμού (ασχολήθηκαν κυρίως οι Del Ferro, Tartaglia και Ferrari).
- η δημιουργία ενός μοντέρνου αλγεβρικού συμβολισμού. Ιδιαίτερα ο Viète, ο οποίος μελέτησε αρκετά τα αρχαία ελληνικά μαθηματικά, αποδέσμευσε τη μέθοδο της ανάλυσης, που χρησιμοποιούσαν και οι αρχαίοι Έλληνες ως ερευνητική μέθοδο, από τους αριθμούς και τα σχήματα και έκανε γενικευμένη χρήση μεταβλητών.

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟ ΤΟΝ 18^ο ΜΕΧΡΙ ΤΟΝ 20^ο ΑΙΩΝΑ



Επιμέλεια:
Παρμάκη Χρυσούλα

Τα μαθηματικά από τον 18ο μέχρι και τον 20ο αιώνα

Τα μαθηματικά είναι μια από τις σημαντικότερες επιστήμες όλων των εποχών καθώς επιλύει τα περισσότερα προβλήματα που μπορεί να προκύψουν στην καθημερινότητά μας και όχι μόνο. Η εξέλιξη της επιστήμης αυτής έγινε περισσότερο αισθητή κυρίως τον 18ο και τον 19ο αιώνα. Τον 18ο αιώνα σημαντικοί επιστήμονες όπως ο Newton, Bernali, Leibnits και αργότερα Euler, Mc Lauri έκαναν μελέτες πάνω στην ανάλυση, στη γεωμετρία και τις διαφορικές εξισώσεις όπου έγινε και η εφαρμογή αυτών και σε άλλες επιστήμες. Τον 19ο αιώνα με τη βιομηχανική επανάσταση αναπτύσσονται σημαντικοί κλάδοι των μαθηματικών. Ειδικότερα οι Cauchy και Weistnass βοηθούν στην ξεκάθαρη διάκριση της ανάλυση από τη γεωμετρία. Ο Gauss συνέβαλε σε μεγάλο βαθμό στην ανάπτυξη σημαντικών τομέων των μαθηματικών αλλά κυρίως στην άλγεβρα η συμβολή του είναι τεράστια, ενώ ο Cantor με τα σύνολα βοήθησε στην ανάπτυξη των σύγχρονων μαθηματικών. Σημαντικός σταθμός στα μαθηματικά αποτέλεσε ο διαχωρισμός της Ευκλείδειας και μη ευκλείδειας γεωμετρίας, διαδικασία η οποία απασχόλησε πολλούς μαθηματικούς κυρίως όμως ο Gauss έφτασε σε τεκμηριωμένες απαντήσεις οι οποίες αργότερα μελετήθηκαν και από άλλους επιστήμονες. Ο διαχωρισμός της ευκλείδειας γεωμετρίας είχε ως αποτέλεσμα την εμφάνιση νέων ελεύθερων και καινούριων εννοιών στα μαθηματικά χωρίς τον περιορισμό της αλήθειας. Τον 20ο αιώνα έχουμε τη θεμελίωση της αξιωματικής μεθόδου η οποία έληξε άδοξα και η έννοια του απείρου εισήχθη από τον Cantor και τον Poincare. Σήμερα η σημασία των μαθηματικών για την ανάπτυξη άλλων επιστημών είναι μεγάλη αλλά ακόμα υπάρχουν έντονα ερωτήματα σχετικά με τη φύση των μαθηματικών τα οποία παραμένουν άλυτα χωρίς όμως αυτό να είναι αδύνατο να επιτευχθεί.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΜΕΓΑΛΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ & ΕΦΕΥΡΕΤΕΣ

Κάθε μαθητής επέλεξε να συλλέξει πληροφορίες για τη ζωή ενός μαθηματικού ή εφευρέτη της επιλογής του.

Ευκλείδης (325 π.Χ. - 265 π.Χ.)

Επιμέλεια: Βούρτα Μαρία



Ο Ευκλείδης ήταν αρχαίος έλληνας μαθηματικός με καταγωγή από την Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου. Γεννήθηκε το 325 π.Χ. και πέθανε το 265 π.Χ.. Δίδαξε στην Αλεξάνδρεια στη διάρκεια που βασιλιάς ήταν ο Πτολέμιος Α΄ τα έτη 323 π.Χ. με 283 π.Χ. Έζησε την ίδια περίπου εποχή με τον Αρχιμήδη. Ήταν μέλος της βιβλιοθήκης και υπάρχουν υποθέσεις ότι μαθήτευσε στην Ακαδημία του Πλάτωνα στην Αθήνα όπου ίδρυσε και την δική του σχολή. Στη σύγχρονη εποχή είναι ο πιο γνωστός μαθηματικός που είχε ασχοληθεί με τη γεωμετρία. Ο Ευκλείδης έδωσε βάση στις θεωρίες και στα συμπεράσματα στα οποία είχαν φτάσει ο Θαλής, ο Εύδοξος και άλλοι σπουδαίοι μαθηματικοί εκείνης της εποχής και

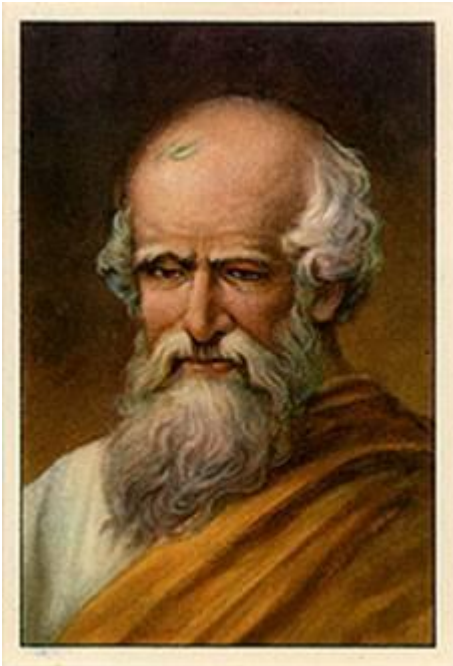
απέδωσε με αυστηρούς όρους και αποδείξεις διάφορα θεωρήματα.

Το πιο σημαντικό και γνωστό έργο του Ευκλείδη είναι τα «Στοιχεία», το οποίο αποτελούταν από 13 βιβλία. Θεωρείται ότι είναι ένα από τα πιο σπουδαία συγγράμματα των Μαθηματικών διαχρονικά. Αυτό το έργο του Ευκλείδη περιέχει ένα σύνολο αξιωμάτων αλλά και με την προσαρμογή δικών του και άλλων μαθηματικών γνώσεων δημιούργησε μια αξιωματική μέθοδο μοντέρνων μαθηματικών. Τα θεωρήματα που περιεχόταν στα «Στοιχεία» ήταν ήδη γνωστά αλλά ο Ευκλείδης με δικές του μεθόδους κατάφερε να τα παρουσιάσει σε ένα ενιαίο σύνολο. Το συγκεκριμένο έργο του Ευκλείδη υπήρξε τόσο σημαντικό ώστε η γεωμετρία του ονομάστηκε Ευκλείδεια. Η Γεωμετρία του ήταν το θεμέλιο για την ανάπτυξη της δυτικής επιστήμης και σε αυτή στηρίζονται βασικές υποθέσεις της Φυσικής από την Αναγέννηση και μετά. Μετά τον 19^ο αιώνα ανακαλύφθηκε ότι η Γεωμετρία στηρίζεται στην αίσθηση του ανθρώπου για την αντίληψη του χώρου και των φυσικών μεγεθών.

Στην εποχή του Μεσαίωνα πολλοί τον ταύτιζαν λανθασμένα με έναν φιλόσοφο που έζησε προγενέστερα της εποχής του και θεωρούσαν ότι η πραγματική καταγωγή του είναι από τα Μέγαρα.

Αρχιμήδης (περ. 287 π.Χ- περ. 212 π.Χ.)

Επιμέλεια: Παπαδόπουλος Μενέλαος



Ο Αρχιμήδης ήταν ένας Έλληνας μαθηματικός, μηχανικός, εφευρέτης, αστρονόμος και φυσικός. Γεννήθηκε περίπου το 287 π.Χ. στην πόλη των Συρακουσών και πέθανε περίπου το 212 π.Χ. κατά την πολιορκία των Συρακουσών, όταν ένας στρατιώτης τον σκότωσε παρά τις εντολές των ανώτερών του και πιο συγκεκριμένα του Μάρκου Κλαύδιο Μάρκελου ο οποίος διέταξε να μην θιγεί ο Αρχιμήδης αφού τον θεωρούσε από τους καλύτερους επιστήμονες της εποχής του. Παρόλο που δεν υπάρχουν πολλές πληροφορίες για την ζωή του θεωρείται καθοδηγητής επιστήμονας της κλασικής αρχαιότητας και ένας από τους

καλύτερους επιστήμονες όλων των εποχών καθώς και ο καλύτερος της αρχαιότητας. Είναι πολύ πιθανό να σπούδασε στην Αλεξάνδρεια. Από τις ανακαλύψεις του φαίνεται ότι λάτρευε την πόλη του καθώς έκανε τα πάντα για την προστασία της.

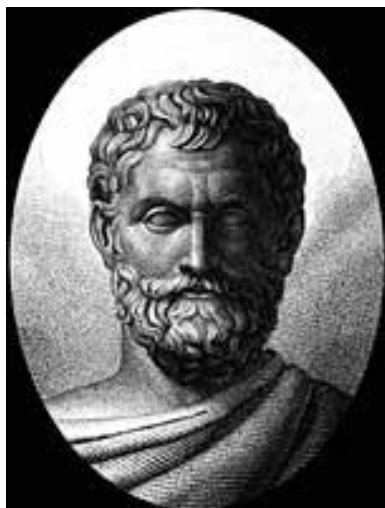
Όσον αφορά το έργο του, οι εφευρέσεις του και οι ανακαλύψεις του αποδείχθηκαν χρήσιμες για τις Συρακούσες καθώς είχαν έναν καθοριστικό ρόλο στην άμυνα της πόλης όπως η «αρπαγή του Αρχιμήδη» η οποία αποσκοπούσε στην καταστροφή των εχθρικών πλοίων αναποδογυρίζοντας τα. Η ακτίνα φωτός του Αρχιμήδη ήταν επίσης ένα αμυντικό μέσο και χρησιμοποιούνταν για να καίει τα εχθρικά πλοία. Μερικές ανακαλύψεις του είχαν πιο καθημερινές λειτουργίες διευκολύνοντας τη ζωή ή και λύνοντας διάφορα προβλήματα. Ο κοχλίας του Αρχιμήδη ήταν ένα σύστημα με σκοπό τη μετακίνηση του νερού είτε ήθελαν να το απομακρύνουν από κάπου, είτε ήθελαν να το μεταφέρουν κάπου. Μία πολύ σημαντική ανακάλυψη του Αρχιμήδη ήταν και η αρχή του Αρχιμήδη με τη βοήθεια της οποίας υπολόγιζε τον όγκο ενός αντικειμένου. Αυτή η ανακάλυψη προέκυψε όταν ο βασιλιάς των Συρακουσών ζήτησε από τον Αρχιμήδη να ελέγξει την ποιότητα ενός στέμματος που θα έπρεπε να είναι από χρυσό. Στον τομέα των μαθηματικών προσέφερε επίσης πολλά αφού επινόησε τη μέθοδο της εξάντλησης για τον προσδιορισμό της λύσης ενός προβλήματος με σχετική ακρίβεια θέτοντας κάποια όριο μέσα στα οποία βρισκόταν η λύση. Υπολόγισε επίσης με αρκετή ακρίβεια την τιμή του π . Μια ακόμα σημαντική

μαθηματική ανακάλυψη είναι ότι η σφαίρα έχει τα $\frac{2}{3}$ του όγκου και της επιφάνειας του κυλίνδρου που την περιβάλλει. Αυτό φαίνεται στο Περί σφαίρας και κύκλου. Έκανε και άλλες ανακαλύψεις στα μαθηματικά και πιο συγκεκριμένα υπολόγισε με μεγάλη ακρίβεια την τετραγωνική ρίζα του 3. Απέδειξε, επίσης ότι, το εμβαδόν που περικλείετε από μια παραβολή και μια ευθεία γραμμή είναι τα $\frac{4}{3}$ του εμβαδού του αντίστοιχου εγγεγραμμένου τριγώνου.

Ερατοσθένης (Κυρήνη, 276-196)

Επιμέλεια: Κονδύλη Ναταλία-Βίκυ

Γεννήθηκε στην Κυρήνη, αλλά έζησε και πέθανε στην Αλεξάνδρεια. Ήταν



Έλληνας μαθηματικός, γεωγράφος, αστρονόμος, με μεγάλη επιρροή και σημαντική συνεισφορά στα μαθηματικά. Ήταν ο πρώτος που υπολόγισε το μέγεθος της Γης και κατασκεύασε ένα σύστημα συντεταγμένων και γεωγραφικών παραλλήλων, λέγοντας ότι κάποιος μέσω του μήκους μιας γεωγραφικής παραλλήλου, μπορεί να ταξιδέψει από την Ιβηρία ως την Ινδία διασχίζοντας τον Ατλαντικό Ωκεανό. Περίπου το 240 π.Χ. κατάφερε να υπολογίσει την περιφέρεια της

Γης χρησιμοποιώντας το ύψος του Ηλίου σε 2 διαφορετικά γεωγραφικά σημεία, τα οποία φυσικά βρίσκονταν κατά προσέγγιση στον ίδιο μεσημβρινό. Δηλαδή, γνωρίζοντας ότι στην Σύνη ο ήλιος το μεσημέρι ρίχνει κάθετα τις ακτίνες του στον ορίζοντα, φωτίζει ένα πηγάδι. Έπειτα στην Αλεξάνδρεια, την ίδια χρονική στιγμή οι ακτίνες του ηλίου σχηματίζουν γωνία 7 μοιρών, τέλος υπολόγισε την απόσταση Αλεξάνδρειας και Σύνης και με αυτό τον τρόπο υπολόγισε την περιφέρεια της Γης. Ο Ερατοσθένης, υπήρξε ο πρώτος, ο οποίος υποστήριξε ότι η Γη είναι μια σφαίρα, η οποία βρίσκεται στο κέντρο του σύμπαντος και περιστρέφεται με συχνότητα 24 ωρών. Τέλος, το κόσκινο του Ερατοσθένη είναι ένας αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την εύρεση των πρώτων αριθμών μέχρι κάποιο συγκεκριμένο ακέραιο αριθμό.



Ο Ήρωνας γεννήθηκε τον 1^ο αιώνα μ.Χ. και ήταν ένας από τους πιο σημαντικούς μαθηματικούς και μηχανικούς της αρχαιότητας, ανεξάρτητα από το γεγονός ότι δεν έγινε γνωστός, όπως άλλοι Έλληνες. Εκτός από τα μαθηματικά και τη μηχανική, ο Ήρωνας ασχολήθηκε και με τη γεωμετρία, την οπτική και την υδραυλική. Πολλά από τα έργα του σώζονται μέχρι σήμερα στο πρωτότυπο. Ο Ήρωνας έγινε περισσότερο γνωστός από τον δικής του επινόησης πίδακα, την κρήνη ή σιντριβάνι του Ήρωνα. Μία επιπλέον χαρακτηριστική εφεύρεση του, είναι ο τύπος με τον οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε

εμβαδό τριγώνου: $E = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}$, ο οποίος είναι γνωστός ως ο τύπος του Ήρωνα. Η συμβολή του Ήρωνα, δεν θα μπορούσε να θεωρηθεί αμελητέα, μιας και σε αυτόν οφείλουμε τα παρακάτω:

1. Κατασκεύασε την πρώτη κλεψύδρα.
2. Έφτιαξε μια Λύχνο που γεμίζει αυτόματα λάδι.
3. Κατασκεύασε ένα πουλί που κελαηδά τεχνητά.
4. Εφηύρε την πρώτη βεντούζα χωρίς θέρμανση (Σικύα).



Εικόνα 2

Η αιολόσφαιρα του Ήρωνα

Το πιο αξιοσημείωτο και σημαντικό επίτευγμα του Ήρωνα, ήταν ότι κατασκεύασε την πρώτη ατμομηχανή (αιολόσφαιρα). Δύο αιώνες περίπου πριν τη βιομηχανική επανάσταση, ο Ήρωνας κατάφερε να δημιουργήσει την πρώτη ατμομηχανή. Πρόκειται για μία μηχανή, η οποία, μετά από κάποια ώθηση, μπορούσε να κινείται συνεχώς, παίρνοντας ενέργεια από το νερό που έβραζε κάτω από αυτή. Η ιδέα του Ήρωνα ήταν πολύ καινοτόμα για την εποχή του, μιας και κατάφερε να κατασκευάσει μια μηχανή που κινείται αυτόματα, σε μια εποχή που τίποτα δεν γινόταν έτσι. Δυστυχώς όμως ο Ήρωνας γεννήθηκε περίπου το 10μ.Χ., οπότε ήταν μια εποχή κατά την οποία το δουλεμπόριο ήκμαζε, και έτσι κανείς δεν σεβάστηκε την κατασκευή του, καθώς αυτή θα μπορούσε να κάνει τη δουλειά των δούλων, που γίνονταν όλο και περισσότεροι. Δύο χιλιετίες περίπου από την εφεύρεση της ατμομηχανής και της βιομηχανικής επανάστασης, ο Ήρωνας έφτιαξε την ατμομηχανή. Εάν οι σύγχρονοί του έπαιρναν στα σοβαρά την εφεύρεσή του αυτή, ίσως η τεχνολογική ανάπτυξη να γινόταν πιο γρήγορα, και να ήμασταν σε άλλο επίπεδο γνώσεων σήμερα.

Αριαμπάτα (476–550 μ.Χ.)

Επιμέλεια: Δροσίνη Μαρία

Ινδός αστρονόμος και μαθηματικός. Έζησε στην πόλη Kusumapura. Ένας από τους σημαντικότερους επιστήμονες της εποχής του και ο πρωτοπόρος των Ινδών αστρονόμων. Όπως και άλλοι Ινδοί μαθηματικοί του Μεσαίωνα ήταν κυρίως αστρονόμος αλλά χρησιμοποιούσε τον μαθηματικό λογισμό μόνο ως πρακτικό όργανο. Η ινδική αστρονομία άνθισε τον 6^ο αιώνα μ.Χ. με τον Αριαμπάτα. Ο Αριαμπάτα ήταν ο συγγραφέας των έργων Αριαμπατίγια και Αριαμπατασιντάντα. Τα έργα του κυρίως κυκλοφόρησαν στη βορειοδυτική Ινδία και συνέβαλαν στην ανάπτυξη της Ισλαμικής αστρονομίας. Το Αριαμπατίγια (Aryabhatiya), που είναι το πρώτο του έργο, είναι το πρώτο αξιόλογο έργο μαθηματικών. Τα περιεχόμενα των έργων του, σώζονται κατά ένα μέρος τους στα έργα των Βαραχαμίρα, Μπάσκαρα Α', Βραχμαγκούπτα κ.ά. Το Αριαμπατίγια πιστεύετε πως είναι το παλαιότερο έργο εκείνης της περιόδου που έχει σωθεί και περιέχει το σύνολο της αστρονομικής και μαθηματικής γνώσης της ινδικής υποηπείρου μέχρι τότε. Ο Αριαμπάτα χρησιμοποιούσε τα ψηφία από το 1 έως το 9 γιατί το μηδέν εισήχθη στα μαθηματικά αργότερα και έλυσε εξισώσεις με τετραγωνικές και κυβικές ρίζες. Το Αριαμπατίγια περιλαμβάνει μεταξύ άλλων μια σειρά εξαίρετων εξηγήσεων των ηλιακών και σεληνιακών εκλείψεων. Είναι από τα πρώτα αστρονομικά έργα που τοποθετούν την αρχή του ημερονυκτίου τα μεσάνυχτα. Εκτός του ότι ο Αριαμπάτα υπολόγισε με μεγάλη ακρίβεια τη μετάπτωση των ισημερινών, υποστηρίζει ότι η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της και ότι αυτό είναι η αιτία της φαινομενικής κινήσεως των άστρων από την ανατολή προς τη δύση. Επιπλέον, υποστηρίζει ότι το φως της Σελήνης είναι ανακλώμενο ηλιακό φως.



Αλ Χουαρίζμι (781-850 μ.Χ.)

Επιμέλεια: Νιούτσικος Δημήτρης



Ο Αλ Χουαρίζμι ήταν Πέρσης μαθηματικός, αστρονόμος, αστρολόγος και γεωγράφος. Καταγόταν από την περιοχή του Χουαρέζμ, όμως έζησε στη Βαγδάτη. Έπαιξε πολύ σημαντικό ρόλο στη μετάφραση πολλών σημαντικών μαθηματικών έργων της αρχαιότητας στα Αραβικά. Ήταν ο συγγραφέας του πρώτου βιβλίου που αφορούσε λύσεις γραμμικών εξισώσεων και εξισώσεων δευτέρου βαθμού. Για αυτόν τον λόγο χαρακτηρίστηκε πατέρας της άλγεβρας. Η λέξη

αλγόριθμος προέρχεται από τον εκλατινισμό του ονόματος του Αλ-Χουαρίζμι. Για τη ζωή του δεν γνωρίζουμε και πολλά πράγματα. Το μεγαλύτερο μέρος των έργων του το ολοκλήρωσε ανάμεσα στα έτη 813 και 833. Η μεγαλύτερη συμβολή του αφορά τα πεδία της Άλγεβρας, της τριγωνομετρίας, της αστρονομίας, της αστρολογίας, της γεωγραφίας και της χαρτογραφίας. Κάποιοι από τους στοχασμούς του βασίζονται στις αστρονομικές μελέτες της αρχαίας Περσίας, της Βαβυλωνίας, της Ινδίας και της Ελληνορωμαϊκής επιστήμης. Θεωρείται δημιουργός της άλγεβρας, καθώς η αριθμητική του Διόφαντου ανακαλύφθηκε αργότερα. Βέβαια σήμερα γνωρίζουμε ότι η άλγεβρα ανακαλύφθηκε την 2^η χιλιετία π.Χ., με τα Βαβυλωνιακά και τα αιγυπτιακά μαθηματικά. Αυτό όμως δεν μειώνει τη σημασία του έργου του Αλ-Χουαριζμι, ο οποίος συγκέντρωσε υλικό από διαφορετικές παραδόσεις, την Ελληνική, την Ινδική, και τη Συρομεσοποταμιακή, και έφτασε σε συμπεράσματα πολύ σημαντικά για την εξέλιξη της σύγχρονης άλγεβρας. Το βιβλίο του *Algorithmi de numero Indorum* είναι μια από τις σημαντικότερες μελέτες του σχετικά με το ινδικό σύστημα αρίθμησης. Με αυτό το έργο του εισήγαγε το θεσιακό σύστημα και τον αριθμό μηδέν στον δυτικό κόσμο του 12^{ου} αιώνα. Μία σημαντική μελέτη του είναι το βιβλίο με τίτλο *Κιταμπ σουρατ-αρντ*, που ολοκληρώθηκε το 833. Πρόκειται για την αναθεωρημένη και συμπληρωμένη εκδοχή του γεωγραφικού έργου του Πτολεμαίου. Όμως από αυτό το έργο του σώζεται μόνο ένα αντίγραφο που φυλάσσεται στη βιβλιοθήκη του πανεπιστήμιου του Στρασβούργου. Το τελευταίο σημαντικό έργο του είναι το *Ζιγκ*, το οποίο αναφέρεται στους αστρονομικούς πινάκες που βασίζονται σε Ελληνορωμαϊκές, Ινδικές και Περσικές πηγές. Ο Αλ-Χουαριζμι έγραψε αρκετά άλλα έργα, όπως το *Ριζαλα φι ιστιχραγκα τανκ αλ Γιαχουντ* σχετικά με το Εβραϊκό ημερολόγιο. Επίσης έγραψε ένα έργο για τη

χρήση των ινδικών αριθμητικών συμβόλων και του δεκαδικού συστήματος θέσεως στην αρίθμηση. Ασχολήθηκε κυρίως με θέματα που αφορούσαν πρακτικά θέματα της ζωής, όπως καταμετρήσεις γαιών και σκάψιμο ορυγμάτων. Μελέτησε αρκετούς αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς και κυρίως τον Διόφαντο. Τον απασχόλησε κυρίως ο υπολογισμός της μονάδας. Από αυτή ακριβώς την έρευνα οδηγήθηκε στην ανακάλυψη μιας διαδικασίας, που έχει οδηγίες, σύμφωνα με τις οποίες τα δεδομένα ενός προβλήματος μετασχηματίζονται και συνδυάζονται μέχρι να δίνουν τη λύση. Αυτή ακριβώς η διαδικασία είναι ο αλγόριθμος, πάνω στον οποίο θεμελιώθηκαν και αναπτύχθηκαν σήμερα πάρα πολλές εφαρμογές. Τέλος, εξηγεί τον τρόπο διεξαγωγής των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων, πραγματεύεται δεκαδικά κλάσματα και την εξαγωγή τετραγωνικής ρίζας.

Leonardo Fibonacci (1170-περίπου 1250)

Επιμέλεια: Λούκα Ξανθίππη



Ο Leonardo Pisano Bigollo γεννήθηκε το Σεπτέμβριο 1170 και υπολογίζεται ότι πέθανε-αν και η ημερομηνία δεν είναι γνωστή- ανάμεσα στο 1240 και στο 1250 στη Πίζα. Είναι γνωστός επίσης και με τα ονόματα Leonardo Fibonacci, Leonardo of Pisa, Leonardo Pisano και Leonardo Bonacci. Ήταν Ιταλός μαθηματικός και θεωρείται «ο πιο ταλαντούχος μαθηματικός του Μεσαίωνα». Ο Fibonacci φημίζεται κυρίως για την ακολουθία Fibonacci καθώς και για την εισαγωγή του αραβικού δεκαδικού συστήματος αρίθμησης στην Ευρώπη.

Αν και γεννήθηκε στην Πίζα ωστόσο εξαιτίας της δουλειάς του πατέρα του, ο επονομαζόμενος Γκιγιέρμο Μπονάτσι, ο οποίος διορίστηκε σε διπλωματικό πόστο ως εκπρόσωπος των εμπόρων της Πίζας, μεγάλωσε στη Βόρεια Αφρική. Εκεί σπούδασε μαθηματικά και φοίτησε και σε σχολή λογιστικής. Στη συνέχεια ταξιδεύοντας με τον πατέρα του γνώρισε τα αραβικά μαθηματικά συστήματα μέχρι να επιστρέψει στην Πίζα όπου γράφει τα μαθηματικά του κείμενα. Ο Fibonacci είχε έναν αδερφό αλλά δεν μας είναι τίποτα γνωστό για την προσωπική του ζωή, αν είχε οικογένεια.

Τα σημαντικότερα έργα του που έχουν δημοσιευτεί είναι τα παρακάτω:

- Liber Abaci (1202), ή βιβλίο των υπολογισμών, παρουσιάζει την πρακτικότητα του αραβικού αριθμητικού συστήματος στην τήρηση εμπορικών βιβλίων, στις χρηματικές συναλλαγές, στις μετατροπές των μέτρων και σταθμών, στον υπολογισμό των επιτοκίων και σε άλλες εφαρμογές.
- Practica Geometriae (1220), περιλαμβάνει τεχνικές τοπογράφησης, μέτρησης και κατάτμησης περιοχών και όγκων καθώς και άλλα γεωμετρικά θέματα.
- Flos (1225), περιέχει λύσεις από προβλήματα που έθεσε ο Ιωάννης του Παλέρμου.
- Liber quadratorum ("The Book of Squares")
- Di minor guise που είναι μαθηματικά για εμπόρους.
- Έργο που περιέχει σχόλια σχετικά με τον δέκατο τόμο των Στοιχείων του Ευκλείδη.

Τα δύο τελευταία του έργα αγνοούνται.

Αξίζει να αναφερθούμε στην περίφημη ακολουθία του που φέρει το όνομά του. Η ακολουθία Fibonacci εμφανίζεται για πρώτη φορά στο βιβλίο Liber Abaci όπου ο Fibonacci κάνει τις εξής υποθέσεις: έχουμε ένα νεογέννητο

ζευγάρι κουνελιών (αρσενικό και θηλυκό) σε ένα χωράφι, τα κουνέλια είναι σε θέση να ζευγαρώσουν σε ηλικία ενός μήνα από τη γέννησή τους, έτσι ώστε στο τέλος του δεύτερου μήνα το θηλυκό να μπορεί να γεννήσει ένα ζευγάρι κουνελιών, τα κουνέλια δε πεθαίνουν ποτέ και κάθε ζευγάρι κουνελιών γεννάει ένα νέο ζευγάρι (ένα αρσενικό και ένα θηλυκό) κάθε μήνα από τον δεύτερο μήνα και μετά. Το ερώτημα που έθεσε ήταν πόσα ζεύγη κουνελιών θα έχουν γεννηθεί μέσα σε ένα έτος.

Η ακολουθία αυτή έχει την μορφή 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181,... στην οποία κάθε όρος προκύπτει από το άθροισμα των δύο προηγούμενων όρων. Επιπλέον τα πηλίκια των διαδοχικών αριθμών τείνουν στον άρρητο αριθμό $\Phi = 1/2(1 + \sqrt{5}) = 1,618033989...$ ο οποίος λέγεται και αριθμός της χρυσής τομής ο οποίος σχετίζεται άμεσα με τη φύση και τον άνθρωπο. Για παράδειγμα οι περισσότερες μαργαρίτες έχουν 34, 55 ή 89 πέταλα που είναι αριθμοί Fibonacci.

François Viète (1540-1603)

Επιμέλεια: Ζαρκάδας Θανάσης



Ο Φράνσις Βιέτα γεννήθηκε το 1540 στη Φοντάνα Λε Κομτέ. Γόνος εύπορης οικογενείας, φοίτησε στο σχολείο των Φραγκισκανών και το 1558 σπούδασε νομική στο πανεπιστήμιο Πουατιέ. Ο Βιέτα στην αρχή ασχολήθηκε με το να ελέγξει κατά πόσο αληθεύουν γεωμετρικά οι θεωρίες πολύ σημαντικών επιστημόνων όπως του Πτολεμαίου και του Κοπέρνικου. Αρχικά, ο Βιέτα ασχολήθηκε με τα μαθηματικά ως χόμπι, όμως η συμβολή του στον κλάδο αυτό ήταν πολύ σημαντική και γι' αυτό πολλοί τον αποκαλούν ως τον πατέρα της άλγεβρας. Ήταν αυτός ο οποίος χρησιμοποίησε για πρώτη φορά σε ευρεία

κλίμακα τα γράμματα ως σύμβολα για αριθμητικές ποσότητες. Συνήθιζε να χρησιμοποιεί τα συμφώνα για γνώστες ποσότητες και τα φωνήεντα για αγνώστους. Επίσης, έκανε σημαντικές βελτιώσεις στη θεωρία των εξισώσεων, όμως δεν έλυνε εξισώσεις της μορφής $x^3 + x^2 + x + c = 0$ διότι αντιπροσωπεύει κάτι τρισδιάστατο το οποίο δεν μπορούσε να το απεικονίσει στο επίπεδο. Ο Βιέτα έγινε ιδιαίτερα γνωστός με τους τύπους για το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού.

Johannes Kepler (1571-1630)

Επιμέλεια: Γρηγορίου Αποστόλης



Ο Γιόχανς Κέπλερ (27/12/1571-15/11/1630) ήταν γερμανός αστρονόμος, μαθηματικός και συγγραφέας. Για βιοποριστικούς λόγους άσκησε κατά καιρούς το επάγγελμα του αστρολόγου. Θεωρείται καταλυτική φυσιογνωμία στην επιστημονική επανάσταση των νεότερων χρόνων. Είναι γνωστός ως ο «Νομοθέτης του ουρανού» εξαιτίας των νόμων που διατύπωσε και που αφορούν την κίνηση των πλανητών γύρω από τον Ήλιο. Τα σημαντικότερα έργα του είναι τα: *Astronomia nova*, *Harmonices Mundi* και *Epitome of Copernican*.

René Descartes (1596- 1650)

Επιμέλεια: Παπαϊωάννου Θεοδώρα

Ο Καρτέσιος (René Descartes), γαλλικής καταγωγής, ήταν επιστήμονας, φιλόσοφος και στοχαστής, όπου οι προσπάθειες του για αλλαγή του τρόπου σκέψης και φιλοσοφίας που μέχρι τότε στηρίζονταν σε στοιχεία του παρελθόντος, αποτέλεσαν σταθμό για την ίδια τη φιλοσοφία. Παρόλο που σπούδασε Νομική, δεν άσκησε ποτέ το επάγγελμα αυτό, αλλά εργάστηκε στα γραφεία του πρίγκιπα των Κάτω Χωρών καθώς ήθελε να μάθει εκ των έσω αλήθειες που αφορούν την κοινωνία και γενικότερα τον κόσμο. Εκεί μελέτησε τα Μαθηματικά όπως και τη Φυσική, που μέχρι τότε ήταν σε πρώιμο στάδιο. Η φυλάκιση όμως του Γαλιλαίου, τον έκανε να διστάσει να εκδώσει τις έρευνές του. Η μέθοδος γνώσης του βασίζεται στο ότι πρέπει να καταλήγουμε σε μία μοναδική αρχή. Έτσι, οι φιλοσοφικές του αρχές στηρίζονται στην ομώνυμη φράση του: «cogito, ergo sum»= σκέφτομαι, άρα υπάρχω. Αμφισβήτησε τις παλαιότερες βάσεις της φιλοσοφίας, και επινόησε δικές του αρχές πέρα από τις παραδόσεις. Αμφιβάλλει για την αντικειμενικότητα που προσδίδουν οι ανθρώπινες αισθήσεις για τη νόηση ή ακόμα και ύπαρξη του κόσμου και για το ποιόν των σκέψεων κατά τη διάρκεια ύπνου-ξύπνιου όπου υποστηρίζει ότι είναι ίδιο σε οποιαδήποτε κατάσταση. Παρόλα αυτά δεν αμφισβητεί την ύπαρξη ενός τέλει οντος, του Θεού, καθώς δε θα μπορούσε μια τέτοια ιδέα για το υπερφυσικό να προέρχεται από ατελή όντα όπως οι άνθρωποι, σύμφωνα με τα λεγόμενά του, και πως η ύπαρξή Του αποδίδεται στις πράξεις Του και στην αιτία της ίδιας της ύπαρξης του (Καρτέσιου). Ακόμα, διαχωρίζει τον υλικό από τον πνευματικό κόσμο, και υποστηρίζει πως ο νους δέχεται θεμελιώδεις αλήθειες και λειτουργεί με βάση την κοινή λογική, αλλά εξυψώνει το σώμα, ως άριστο δείγμα μηχανικής και αναλογίας. Όσον αφορά το έργο του στα Μαθηματικά, έγραψε ένα σπουδαίο βιβλίο, την Geometrie, όπου επέκτεινε τις ήδη παραδοχές της γεωμετρίας του Ευκλείδη. Ο ίδιος εισήγαγε τις βάσεις της Αναλυτικής Γεωμετρίας, όπου συνδέονται η Άλγεβρα και η Γεωμετρία, καθώς και την έννοια του μεταβλητού μεγέθους και της συνάρτησης. Ανέπτυξε το σύστημα των συντεταγμένων και κατασκεύασε κάθετες και εφαπτόμενες ευθείες σε επίπεδες καμπύλες. Επίσης, απέδειξε και έλυσε την τριτοβάθμια εξίσωση με τετραγωνισμό. Οι μελέτες του και οι αποδείξεις του βοήθησαν επιστήμονες όπως τον Νεύτωνα και τον Όιλερ στις δικές τους μελέτες.



«Μπορώ να αμφιβάλλω για όλα τα πράγματα που με περιβάλλουν και για όλα όσα σκέφτομαι. Οι άνθρωποι συχνά σφάλλουν στους συλλογισμούς τους, ακόμα και σε απλά θέματα και δεν υπάρχει λόγος να πιστεύω, ότι οι αισθήσεις μου δεν με ξεγελούν, ή ότι οι σκέψεις μου δεν είναι, παρά σαν τα όνειρά μου όταν κοιμάμαι. Μπορώ να αμφιβάλλω λοιπόν, για όλα όσα σκέφτομαι και πιστεύω, αλλά για ένα πράγμα σε καμία περίπτωση δεν μπορώ να αμφιβάλλω, δηλαδή για το ότι αμφιβάλλω. Αμέσως όμως κατόπιν, πρόσεξα πως, ενώ εγώ ήθελα να σκεφτώ έτσι, ότι όλα ήταν ψεύτικα, έπρεπε αναγκαστικά, εγώ που το σκεπτόμουν, να είμαι κάτι. Και παρατηρώντας πως τούτη η αλήθεια: σκέπτομαι, άρα υπάρχω ήταν τόσο γερή και τόσο σίγουρη, ώστε όλες μαζί οι εξωφρενικές υποθέσεις των σκεπτικών φιλοσόφων, δεν ήταν ικανές να την κλονίσουν, έκρινα πως μπορούσα δίχως ενδοιασμούς, να την παραδεχθώ σαν την πρώτη αρχή της φιλοσοφίας που αναζητούσα».

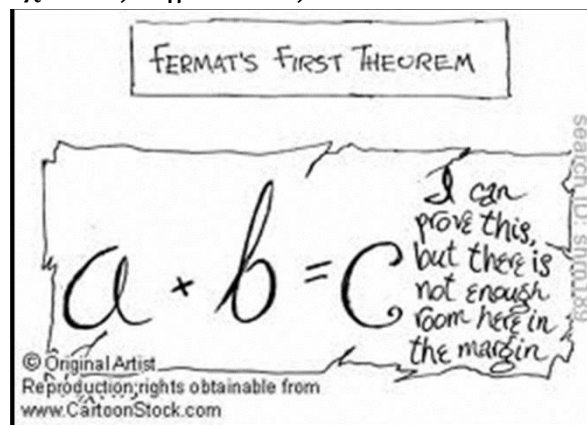
Pierre de Fermat (1601-1665)

Επιμέλεια: Νταή Ελένη-Αντιγόνη



Ο Pierre de Fermat γεννήθηκε το 1601 στο Beaumont-de-Lomange της Γαλλίας και πέθανε το 1665. Μεγάλωσε σε μια εύπορη οικογένεια ενώ φοίτησε στο πανεπιστήμιο της Toulouse. Αποφοίτησε από το πανεπιστήμιο με πτυχίο στη νομική. Εξασκούσε το δικηγορικό επάγγελμα ενώ παράλληλα ασχολούνταν και με τα μαθηματικά ως χόμπι. Δεν άφησε ποτέ την αγάπη του για τα μαθηματικά να απασχολήσει πολύ από τον χρόνο του, ενώ και ο ίδιος θεωρούσε τον εαυτό του ερασιτέχνη, παρόλο που πλέον ανακηρύσσεται ως ένας από τους σπουδαιότερους μαθηματικούς του 17^{ου} αιώνα. Αναφέρεται, ότι ο Fermat δεν ήθελε να δημοσιεύσει τη δουλειά του και η διατύπωση των θεωρημάτων σπάνια συνοδευόταν από αποδείξεις.

Γι' αυτόν τον λόγο, το τελευταίο του και περίφημο θεώρημα έμεινε αναπόδεικτο μέχρι το 1993, όταν ο Andrew Wiles παρέδωσε την πρώτη απόδειξη. Λέγεται πως ο μεταγενέστερος του Fermat και σπουδαίος Euler, απογοητευμένος από τη δυσκολία ανακάλυψης της απόδειξης, κατέφυγε στο να ψάξει για τυχούσες σημειώσεις στο σπίτι του Fermat.



Εικόνα 3

Υποσημείωση του Fermat: «Έχω βρει μια εκπληκτική απόδειξη αυτής της πρότασης, την οποία το περιθώριο αυτού εδώ του βιβλίου είναι πολύ μικρό για να χωρέσει».

Η αναγνώριση του ως μαθηματικός, όσο ζούσε ήταν ελάχιστη και ήταν μετά τον θάνατο του, που τα έξοχα αποτελέσματα της ενασχόλησης του με τα μαθηματικά, γνωστοποιήθηκαν. Θεωρείται, μαζί με τον Descartes, πατέρας της αναλυτικής γεωμετρίας. Είναι ιδιαίτερα γνωστός και για τις έρευνες του για τη θεωρία των αριθμών και την ανακάλυψη μιας μεθόδου για τον

υπολογισμό ελάχιστων και μέγιστων σημείων σε καμπύλες γραμμές. Ο Fermat θεωρείται ακόμη, μαζί με τον Pascal ένας από τους ιδρυτές της θεωρίας πιθανοτήτων. Η συνεισφορά του άγγιζε και τον τομέα της οπτικής, ενώ έγραψε εργασία και για τον διαφορικό λογισμό πολύ πριν ο Newton και ο Leibniz γεννηθούν.

Blaise Pascal (1623-1662)

Επιμέλεια: Σαξώνη Σταυρούλα



Ο Μπλεζ Πασκάλ ήταν Γάλλος φιλόσοφος, επιστήμονας και συγγραφέας. Ο Πασκάλ έδειξε τόσο πρώιμες ικανότητες στη μελέτη της φυσικής και των μαθηματικών, ώστε έγινε δεκτός στις επιστημονικές συγκεντρώσεις που οργάνωσε ο πατήρ Μερσέν, ο οποίος είχε επικοινωνία με τους μεγαλύτερους ερευνητές της εποχής: το Γαλιλαίο, τον Τοριτσέλι, το Φερμά και τον Ντεκάρτ. Το 1640 εξέδωσε την πρώτη επιστημονική εργασία του και το 1644 αποπεράτωσε το σχέδιο της πρώτης υπολογιστικής μηχανής (η κατασκευή της όμως κόστιζε πάρα πολλά ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί). Το 1647 ανακάλυψε την Αρχή του Πασκάλ και τη χρήση του βαρομέτρου για τη μέτρηση του υψομέτρου. Αργότερα ο Πασκάλ προσπάθησε να ερευνήσει το κενό που επέβλεπε στην επαλήθευση και στην ανάπτυξη των πειραμάτων του Τοριτσέλι. Αυτές οι έρευνες αφορούσαν την ισορροπία των υγρών, την ατμοσφαιρική πίεση και τον υπολογισμό των πιθανοτήτων. Επιπλέον, ο Πασκάλ ασχολήθηκε με θρησκευτικά ζητήματα. Αξιοθαύμαστο, επίσης, ήταν το θεώρημα του Πασκάλ, το οποίο είναι ένα από τα θεωρήματα της θεωρίας των κωνικών τομών. Δοθέντος ότι έξι διατεταγμένα σημεία $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ μιας κωνικής ορίζουν ένα εξαγώνο εγγεγραμμένο σε αυτήν, το θεώρημα του Πασκάλ παρέχει μια χαρακτηριστική γραφική συνθήκη για να μπορεί να εγγράψει ένα εξαγώνο σε μια κωνική τομή. Επειδή μια κωνική τομή ορίζεται από πέντε σημεία της, το θεώρημα αυτό παρέχει συνεπώς μια προϋπόθεση ώστε μια έκτη κορυφή του εξεταζόμενου εξαγώνου να ανήκει στην κωνική που ορίζεται από τις πέντε άλλες κορυφές του δοσμένου πολύγωνου.

De L' Hospital (1661-1704)

Επιμέλεια: Παρμάκη Χρυσούλα

Γεννήθηκε στη Γαλλία μέσα σε μια αποκλειστικά στρατιωτική οικογένεια. Ο ίδιος όμως δεν κατατάχτηκε στον στρατό καθώς κάποια προβλήματα όρασης τον ανάγκασαν να παραιτηθεί και να αφοσιωθεί εξ ολοκλήρου στα μαθηματικά. Ο Ντελοπιτάλ ασχολήθηκε κυρίως με τα μαθηματικά όρια αλλά και με απροσδιόριστες μορφές όπως τα πολύ γνωστά όρια της μορφής $\frac{0}{0}$ ή $\frac{\infty}{\infty}$. Υπήρξε μέλος του



επιστημονικού κύκλου του Nicolas Malebranche από τον οποίο απέσπασε πλήθος πληροφοριών για να καταφέρει τελικά να εμπλουτίσει το έργο του ακόμα περισσότερο με τη λογαριθμική συνάρτηση. Η συνεισφορά του στη διαφορική γεωμετρία ήταν και είναι τεράστια καθώς χάρη σε αυτόν μπορούμε και έχουμε αναπτύξει πολλές γνώσεις.

Στο πρώτο του βιβλίο «Analyse des Infiniment Petits pour l'Intelligence des Lignes Courbes» παρουσίασε πρώτη φορά το γνωστό του πλέον θεώρημα του.

Μια σύντομη μορφή του είναι η επόμενη:

Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm\infty$ και το $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ υπάρχει

τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

Leonard Euler (1707-1783)

Επιμέλεια: Νούλα Ευρυδίκη



Ο Ελβετός φυσικομαθηματικός Λεονάρντ Όιλερ θεωρείται ως «ο πατέρας του Sudoku» καθώς είναι αυτός που διατύπωσε πρώτος τους κανόνες αυτού του διάσημου παιχνιδιού και αυτός που καθιέρωσε το σύμβολο $f(x)$ για τις συναρτήσεις. Επίσης θεωρείται ο θεμελιωτής των καθαρών μαθηματικών και η συμβολή του στην επιστήμη των μαθηματικών

ήταν καθοριστική.

Γεννήθηκε στη Βασιλεία της Ελβετίας στις 15 Απριλίου 1707. Πατέρας του ήταν ο Πάουλ Όιλερ, ο οποίος ήταν πάστορας της Προτεσταντικής Εκκλησίας και μητέρα του η Μαργκαρίτε Μπρούκερ που ήταν κόρη πάστορα. Αργότερα απέκτησε δυο μικρές αδελφές την Άννα Μαρία και την Μαρία Μαγκνταλένα. Στα 13 του χρόνια γράφθηκε στο Πανεπιστήμιο της Βασιλείας ενώ στα 16 του παρουσίασε τη διδακτορική διατριβή του με θέμα τις ομοιότητες της φιλοσοφίας του Καρτέσιου και του Νεύτωνα. Ταυτόχρονα σπούδαζε ελληνικά, εβραϊκά και θεολογία. Το 1726 παρουσίασε μια δεύτερη διατριβή του με θέμα την ταχύτητα του ήχου. Την ίδια χρονιά η τσαρίνα Αικατερίνη Α΄ του πρότεινε την έδρα της Φυσιολογίας στην Ακαδημία Επιστημών της Αγίας Πετρούπολης. Μεταπήδησε στο τμήμα μαθηματικών και το 1733 ανέλαβε τη διεύθυνση. Στις 7 Ιανουαρίου παντρεύτηκε τη συμπατριώτισσά του Καταρίνα Γκσελ και απέκτησε 13 παιδιά από τα οποία τα 5 μόνο επιβίωσαν. Το 1741 μεταφέρεται στο Βερολίνο ύστερα από την πρόσκληση του ηγεμόνα της Πρωσίας Φρειδερίκου Β΄ του Μεγάλου. Δούλεψε 25 χρόνια στην τοπική Ακαδημία και δημοσίευσε πάνω από 300 επιστημονικά άρθρα. Αργότερα όταν απέτυχε να σχεδιάσει ένα σιντριβάνι όπως του είχε αναθέσει ο Φρειδερίκος, ο Πρώσος μονάρχης δημιουργήθηκαν αμφιβολίες γύρω από τις γνώσεις του ως μηχανικός αλλά και για τη φιλοσοφική του συγκρότηση, έτσι το 1766 μετά από μια πρόσκληση που του έγινε από τη Μεγάλη Αικατερίνη επέστρεψε στη Ρωσία. Το διάστημα αυτό η υγεία του άρχισε να χειροτερεύει καθώς έχασε την όρασή του από το ένα μάτι και λίγο αργότερα έπαθε καταρράχτη στο υγιές μάτι και σχεδόν τυφλώθηκε. Ο ζήλος του όμως για την επιστήμη και τα μαθηματικά τον βοήθησαν στο να αντιμετωπίσει με αισιοδοξία το πρόβλημά του. Το 1773 έφυγε από τη ζωή η σύζυγός του ύστερα από 40

χρόνια γάμου και μετά από 3 χρόνια παντρεύτηκε την ετεροθαλή αδερφή της Ζαλόμε Γκσελ. Στις 18 Σεπτεμβρίου του 1783 υπέστη εγκεφαλικό επεισόδιο στο σπίτι του κατά τη διάρκεια του γεύματος και ενώ συζητούσε με τον φυσικό Άντερς Λέξελ για την πρόσφατη ανακάλυψη του πλανήτη Ουρανού. Μετά από λίγο πέθανε. Ενταφιάστηκε στο προτεσταντικό κοιμητήριο της Αγίας Πετρούπολης δίπλα στην πρώτη σύζυγό του. Στον επικήδειο που εκφώνησε ο μαθηματικός και φιλόσοφος Νικολά ντε Κοντορσέ είπε «ο Όιλερ σταμάτησε να υπολογίζει και να ζει». Το έργο του αποτελείται από 75 τόμους και 45.000 συνολικά σελίδες. Επίσης έχουν διασωθεί 4.000 χειρόγραφα αλληλογραφίας του με διάσημους σύγχρονους μαθηματικούς του. Σημαντική ήταν η συμβολή του στη γεωμετρία, στην ανάλυση, στη μηχανική, στη θεωρία των αριθμών ενώ ανέπτυξε μεθόδους για λύση προβλημάτων στην αστρονομία και χρήσιμες εφαρμογές των μαθηματικών στην τεχνολογία. Τέλος, μαθηματικοί όροι φέρουν το όνομά του όπως η σταθερά του Όιλερ(e), που είναι ένας από τους πιο δημοφιλής υπερβατικός ασύμμετρος άρρητος αριθμός.



Γεννήθηκε τον Οκτώβριο του 1811 στο Μπουργκ-λα-Ρεν της Γαλλίας. Ο πατέρας του ήταν δήμαρχος του χωριού και είχε φιλελεύθερες πολιτικές ιδέες, τις οποίες ασπάστηκε και ο ίδιος. Η μητέρα του ανέλαβε την εκπαίδευση του μέχρι τα 12 του χρόνια και ο νεαρός Εβαριστ δεν είχε καμία επαφή με τα μαθηματικά μέχρι να φοιτήσει στο Λουί λε Γκραν, παρισιανό κολλέγιο γνωστό για την αυστηρότητα του. Εκεί, τα δύο πρώτα χρόνια άριστευσε στα λατινικά και τη ρητορική όμως σύντομα έχασε το ενδιαφέρον του και με

αφορμή ένα βιβλίο γεωμετρίας που έπεσε στα χέρια του, ξεκίνησε να ασχολείται με τα μαθηματικά, τα οποία έγιναν η μόνη του ενασχόληση για τους επόμενους μήνες. Το ταλέντο του όμως δεν αναγνωρίστηκε από τους καθηγητές του, οι οποίοι τον κατηγόρησαν για υπέρμετρη φιλοδοξία. Το 1828 επιχειρεί για πρώτη φορά να εισαχθεί στο Εκόλ Πολυτεχνίκ αλλά αποτυγχάνει. Οι λόγοι δεν ήταν τόσο μαθηματικοί αλλά είχαν να κάνουν περισσότερο με την εριστική συμπεριφορά του και τη συνήθεια του να μην κάνει ορατή στους εξεταστές τη σκέψη του. Μια σειρά από τραγικά γεγονότα σημαδεύουν τη ζωή του Γκαλουά. Χάνονται δύο φορές οι εργασίες που κατέθεσε στην «Ακαδημία των Επιστημών», ο πατέρας του, κυνηγημένος από τον τοπικό κλήρο, αυτοκτονεί και αποτυγχάνει για δεύτερη φορά στις εξετάσεις του για την εισαγωγή του στο Εκόλ Πολυτεχνίκ. Τελικά, το 1830 γίνεται δεκτός στην Εκόλ Νορμάλ Σουπεριέρ. Υποβάλλει για μια ακόμη φορά την εργασία του στην Ακαδημία αλλά οι κριτές την απορρίπτουν. Εντάσσεται σε μια παραστρατιωτική οργάνωση των δημοκρατών με αποτέλεσμα να αποβληθεί από τη σχολή και να περάσει ένα διάστημα στη φυλακή. Η κακή κατάσταση της υγείας του, τον αναγκάζουν να περάσει τους τελευταίους μήνες της ζωής του σε ένα ίδρυμα, όπου γνωρίζει τη Στεφανύ Ντου Μοτέλ. Η γυναίκα αυτή εικάζεται πως είναι η αιτία που ο Γκαλουά οδηγείται στη μονομαχία που τελικά του στερεί τη ζωή στις 30 Μαΐου 1832 σε ηλικία 21 ετών. Ο ίδιος όμως μέσα από τα γράμματα του υπαινίσσεται πως οι λόγοι πίσω από τη μονομαχία ήταν πολιτικοί. Το βράδυ που προηγήθηκε της μονομαχίας, Ο Γκαλουά συγκεντρώνει τις περισσότερες σημειώσεις του σε ένα χειρόγραφο. Ασχολήθηκε με τις συνθήκες επιλυσιμότητας εξισώσεων και εισήγαγε τη

«Θεωρία των Ομάδων», η οποία αποτελεί βασικό κομμάτι της σύγχρονης άλγεβρας και σήμερα έχει εφαρμογές σε αναρίθμητους κλάδους όπως η γενετική και η γλωσσολογία.

Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή (1873-1950)

Επιμέλεια: Μπαλατσιάς Σωτήρης

Ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή γεννιέται το 1873 στο Βερολίνο στις 13 Σεπτεμβρίου και στις 2 Φεβρουαρίου το 1950 αναγγέλλεται επίσημα ο θάνατός του.

Ήταν απόγονος μιας ισχυρής οικογένειας με ρίζες από την Αδριανούπολη. Τα μέλη της οικογένειάς του κατέλαβαν υψηλές θέσεις στην οθωμανική διοίκηση. Ο Κωνσταντίνος αν και μεγαλώνει σε ένα ευρωπαϊκό, επιστημονικό και αριστοκρατικό περιβάλλον, κρατά τα στοιχεία της ελληνορθόδοξης οικογενειακής καταγωγής. Μιλάει πολύ καλά ελληνικά, γαλλικά, γερμανικά και τουρκικά. Φοιτά στη Σχολή της Ριβιέρας και του Σαν Ρέμο. Στο γυμνάσιο των Βρυξελλών, από όπου αποφοιτά, νιώθει στο μάθημα της γεωμετρίας ότι η σχέση του με τα μαθηματικά είναι πολύ δυνατή.

Οι πρώτες διακρίσεις έρχονται για τον Καραθεοδωρή σε ηλικία δεκαέξι ετών όπου παίρνει το πρώτο βραβείο σε εθνικό διαγωνισμό Μαθηματικών του Βελγίου επί δύο συνεχή έτη. Όνειρό του ήταν να γίνει κάποια μέρα μαθηματικός. Όμως εξαιτίας της αρνητικής στάσης του πατέρα του σπούδασε αξιωματικός του Μηχανικού. Το 1898 κατά την διάρκεια της εργασίας του σε έργα του Νείλου κατάλαβε πως δεν



του ταιριάζει αυτό το επάγγελμα, με αποτέλεσμα να τα παρατήσει όλα λίγα χρόνια αργότερα για να σπουδάσει Μαθηματικά στο Βερολίνο και κατόπιν στη Γοττίγγη. Η πρόοδός του ήταν μεγάλη και έδειξε το ταλέντο του στα μαθηματικά μέσα από τη θεωρία του «Περί ασυνεχών λύσεων στο λογισμό των μεταβολών» η οποία συνοδεύεται, με έπαινο. Το 1908 παντρεύεται την Ευφροσύνη και αποκτά μαζί της δύο παιδιά, τον Στέφανο και τη Δέσποινα. Από τη λαμπρή καριέρα του ξεχωρίζει η σχέση του με τον Α. Αϊνστάιν τον οποίο και βοήθησε στη θεωρία της σχετικότητας.



Η ακαδημαϊκή του καριέρα περιλαμβάνει έδρες διδασκαλίας μαθηματικών σε γερμανικά πανεπιστήμια. Αναδεικνύεται έτσι σε κορυφαίο μαθηματικό παγκόσμιου επιπέδου. Το 1920, αναλαμβάνει να οργανώσει το υπό ίδρυση Πανεπιστήμιο της Ιωνίας στη Σμύρνη, των Αθηνών και της Θεσσαλονίκης. Το διάστημα 1922-1924 είναι καθηγητής μαθηματικών και μηχανικής στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Το 1924, εγκαθίσταται οριστικά στο Μόναχο. Το 1928 δεχόμενος την πρόσκληση που του έγινε από το Πανεπιστήμιο του Harvard και από τη Μαθηματική Εταιρεία, ο Καραθεοδωρή φθάνει στις ΗΠΑ, μαζί με τη γυναίκα του. Έδωσε μια σειρά διαλέξεων σε 20 Πανεπιστήμια, στο Cambridge, στο San Francisco, στο Λος Άντζελες, στην Ουάσιγκτον, στη Νέα Ορλεάνη, στη Ν. Υόρκη κ.ά. Σε όλα τα Πανεπιστήμια τον υποδέχονταν με μεγάλο ενθουσιασμό και άκουγαν με προσοχή τις διαλέξεις του. Στο διεθνές Μαθηματικό συνέδριο της Ν. Υόρκης του δίδεται η τιμητική προεδρία.

Εκτός από το πλήθος των πρωτότυπων επιστημονικών εργασιών που δημοσιεύει, πλουτίζει τη διεθνή μαθηματική βιβλιογραφία με σειρά συγγραμμάτων.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΕΦΕΥΡΕΣΕΙΣ & ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ

Η Βαλλίστρα

Επιμέλεια: Παπαϊωάννου Θεοδώρα
Πεταρούδης Σταύρος



Η βαλλίστρα είναι ένα βλητικό πολεμικό όργανο που χρησιμοποιούνταν κυρίως στο Μεσαίωνα. Η βαλλίστρα ήταν ένα όπλο ελληνικής εφεύρεσης. Κατασκευάστηκε για πρώτη φορά τον τέταρτο αιώνα π.Χ. με το όνομα γαστραφέτης. Όμως εκείνη την εποχή δεν χρησιμοποιήθηκε σε πολέμους, μιας και δεν ήταν εύχρηστη, λόγω του μεγάλου μεγέθους και βάρους της. Οι πρώτες βαλλίστρες κατασκευάζονταν από ξύλο, ενώ σε μεταγενέστερες εποχές το ξύλο αντικαταστάθηκε από ατσάλι. Το όνομα βαλλίστρα προέκυψε από το λατινικό ballista, ρίζα του οποίου είναι η

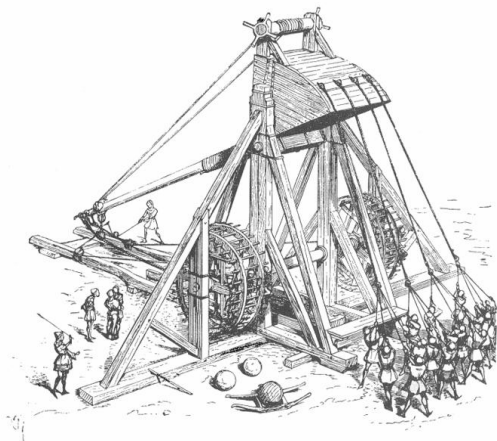
ελληνική λέξη βάλλω. Η βαλλίστρα είχε παρόμοιο μηχανισμό με εκείνο του τόξου και μπορούσε να εκτοξεύει βέλη, καθώς και πέτρες ή διαφόρων ειδών άλλα βλήματα, με μεγάλη ταχύτητα κατά των εχθρών. Παρά το γεγονός ότι η βαλλίστρα χρησιμοποιήθηκε κατά την εποχή του Μεσαίωνα, χρησιμοποιήθηκε επίσης σε παλιότερες εποχές, κυρίως στην αρχαία Αίγυπτο και αργότερα από τους Ρωμαίους. Επίσης οι βυζαντινοί έριχναν με τη βαλλίστρα το υγρό πυρ κατά τα αρχικά χρόνια της εφεύρεσής του. Συχνά ήταν τοποθετημένη πάνω σε τρίποδα. Αυτό το πολεμικό όργανο τελειοποιήθηκε από τους ρωμαίους τα τελευταία χρόνια της ρωμαϊκής αυτοκρατορίας. Οι ρωμαίοι κατάφεραν να ενσωματώσουν στη βαλλίστρα επιπλέον εξαρτήματα, με αποτέλεσμα τη μέγιστη ταχύτητα του βέλους, καθώς επίσης και το γεγονός ότι ο πολεμιστής δεν χρειαζόταν να ασκήσει δύναμη για να χρησιμοποιήσει τη βαλλίστρα. Ο πολεμιστής έπρεπε απλά να ελευθερώσει τη χορδή που συγκρατούσε το βέλος. Υπήρχαν πολλών ειδών βαλλίστρες. Η αξία της βαλλίστρας εκείνη την εποχή, ήταν μεγάλη, μιας και ο χειριστής δεν χρειαζόταν ούτε πολλά χρόνια εκπαίδευσης, ούτε πολύ πείρα. Το βεληνεκές της ήταν περίπου 300 μέτρα, απόσταση μεγάλη για την εποχή της. Γι αυτό το λόγο η βαλλίστρα θεωρήθηκε βαρυσήμαντο όπλο, καθώς είχε την ικανότητα να εξολοθρεύει εχθρικούς στρατούς, χωρίς να εκθέτει σε κίνδυνο τον συμμαχικό στρατό. Το γεγονός ότι η βαλλίστρα είχε συνήθως ως στόχο τους πλούσιους και τους ευγενείς οι οποίοι ήταν έφιπποι και χρησιμοποιούνταν συνήθως από ανθρώπους κατώτερης κοινωνικής

τάξης, ώθησε τον πάπα Ιννοκέντιο Β' να καταδικάσει με ανάθεμα τους χειριστές της. Κατά τον 15^ο αιώνα η βαλλίστρα άρχισε σιγά-σιγά να εγκαταλείπεται, λόγω της εφεύρεσης καινούριων όπλων. Περίπου τον 17^ο αιώνα εγκαταλείφθηκε οριστικά και αντικαταστάθηκε με τα πυροβόλα όπλα, τα οποία άρχισαν να εμφανίζονται. Η βαλλίστρα υπήρξε μια πολύ χρήσιμη πολεμική κατασκευή, η οποία χρησιμοποιήθηκε για πάνω από 1000 χρόνια. Αδιαμφισβήτητη είναι η συμβολή της στους πολέμους, καθώς καθόρισε το αποτέλεσμα πολλών μαχών. Συνεπώς μπορούμε να πούμε πως ήταν μία από τις σημαντικότερες πολεμικές μηχανές στην ιστορία του ανθρώπου.



Καταπέλτης

Επιμέλεια: Νιούτσικος Δημήτρης
Παπαζέκου Μαρία



Ο καταπέλτης ή οξυβελής ήταν αρχαίο πολεμικό μέσο το οποίο εκσφενδόνιζε βέλη και μεταγενέστερα ακόντια και λίθους χωρίς τη χρήση εκρηκτικού μηχανισμού. Εφευρέθηκε το 399 π.Χ. στη Σικελία κατ' εντολή του τυράννου των Συρακουσών Διονυσίου του Πρεσβύτερου, κατά τη διάρκεια των προετοιμασιών της εκστρατείας του κατά της Καρχηδόνας. Με το πέρασμα

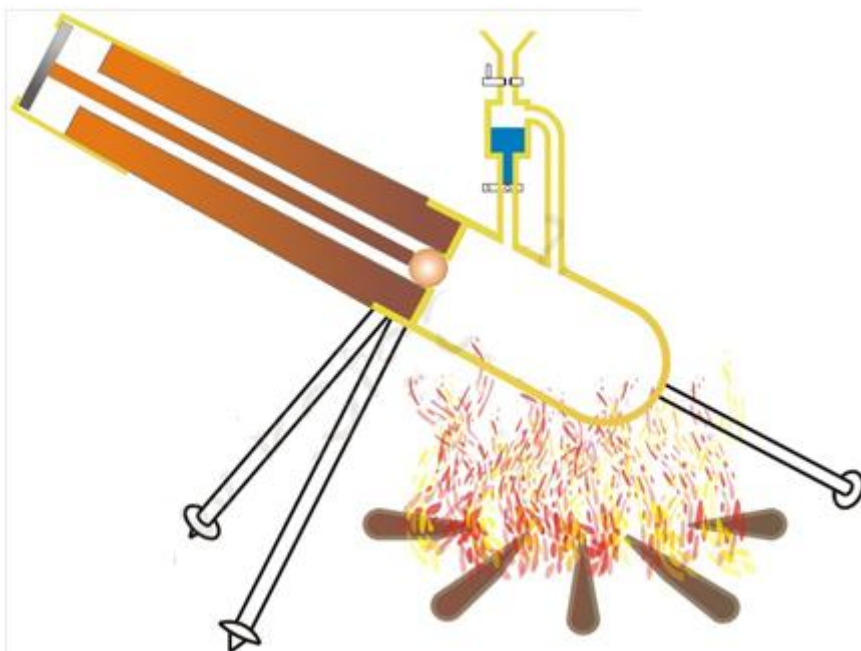
των χρόνων, ο καταπέλτης υιοθετήθηκε και από άλλους λαούς ως πολεμικό εξάρτημα (Καρχηδόνιους, Εβραίους, Ρωμαίους) και κατασκευάστηκε με διάφορες παραλλαγές. Ήταν φτιαγμένος από ξύλο και τα κύρια μέρη του ήταν: ο ορθοστάτης, το τόξο, η σύριγγα, η χορδή, οι στρόφαλοι, η κατακλείδα και ο μοχλός.

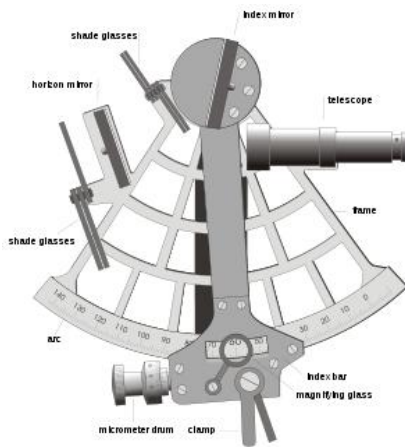
Οι καταπέλτες χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με το βάρος τους σε μείζονες ή ελάσσονες. Οι πρώτοι χρησιμοποιούνταν από τους πολιορκητές ενώ οι δεύτεροι, οι οποίοι ήταν μεγαλύτεροι από τους προηγούμενους, χρησιμοποιούνταν ως μηχανές άμυνας και σπανιότερα επίθεσης σε πλοία. Επίσης, γίνεται διαχωρισμός ανάμεσα σε αυτούς των οποίων οι βραχίονες είναι στραμμένοι προς τον στόχο (παλίντονοι καταπέλτες) και σε αυτούς των οποίων οι βραχίονες είναι στραμμένοι προς την πλευρά αυτού που ρίχνει (ευθύτονοι καταπέλτες). Το βεληνεκές ρίψης του καταπέλτη ποίκιλε από 200 έως 750 μέτρα κατά την αρχαιότητα.

Ατμοτηλέβολο του Αρχιμήδη

Επιμέλεια: Ζαρκάδας Θανάσης
Παπαδόπουλος Μενέλαος

Το ατμοτηλέβολο ήταν ένα πολεμικό όπλο το οποίο εκτόξευε μπάλες βάρους 23 κιλών σε απόσταση 1.100 μέτρων. Ήταν το πρώτο παγκοσμίως που λειτουργούσε με ατμοσυμπίεση. Το εφεύρε ο Αρχιμήδης κατά την πολιορκία των Συρακουσών από τους Ρωμαίους (213-211 π.Χ.). Πρόκειται για ένα κανόνι που λειτουργούσε με ατμό. Αποτελούνταν από ένα μεταλλικό κύλινδρο που πάνω του υπήρχε συνδεμένη με στρόφιγγα και ένα κλειστό δοχείο με νερό. Ο κύλινδρος στο ανοικτό άκρο του είχε ενσωματωμένη μια ξύλινη κάνη στην οποία τοποθετούνταν η σφαίρα η οποία επρόκειτο να εκτοξευτεί. Η κάνη σφραγίζονταν με μια ξύλινη δοκό που στηρίζονταν από ένα δίποδο. Με τη χρήση φωτιάς, ο κύλινδρος έφτανε στην κατάλληλη θερμοκρασία, άνοιγε η στρόφιγγα, το νερό έπεφτε στον κύλινδρο και αφού εξατμιζόταν ταχύτατα, η ξύλινη δοκός έσπαγε και η σφαίρα εκτοξευόταν. Όπως γνωρίζουμε, από τη φυσική, το βεληνεκές της σφαίρας εξαρτιόταν από την κλίση του όπλου και από την επιλεγμένη αντοχή της ξύλινης δοκού. Ο εξίσου γνωστός Λεονάρντο ντα Βίντσι, ασχολήθηκε με το ίδιο όπλο και το ονόμασε «αρχιτρόνιτο» (architronito), από τις λέξεις Αρχιμήδης και τιτρώσκω που σημαίνει τραυματίζω. Ο ίδιος έκανε επίσης τα πρώτα κατασκευαστικά σχέδια του όπλου.





Ο εξάντας (εκ της καθαρεύουσας ο εξάς, του εξάντος), είναι ένα γωνιομετρικό όργανο χαρακτηριζόμενο και αστρονομικό που χρησιμοποιείται στη ναυσιπλοΐα, από τους ναυτιλλόμενους για τη μέτρηση υψών ουρανίων σωμάτων καθώς και κατακόρυφες ή οριζόντιες γωνίες γήινων, ή επίγειων σταθερών αντικειμένων.

Βασικά, χρησιμοποιείται στη μέτρηση της γωνίας (ύψους) ενός σκοπούμενου ουράνιου

σώματος (π.χ. Ήλιος, Σελήνη, Πλανήτες, Αστέρες), από τον ορίζοντα.²

Ο εξάντας υπήρξε η συσκευή η οποία αντικατέστησε τους αστρολάβους, όργανα τα οποία χρησιμοποιούσαν οι θαλασσοπόροι προκειμένου να προσδιορίσουν τη θέση του πλοίου τους, τα οποία όμως συχνά οδηγούσαν σε ανακριβείς υπολογισμούς. Ο εξάντας ανακαλύφθηκε από τον Άγγλο αξιωματικό του ναυτικού Τζον Κάμπελ το 1757 και ήταν εξέλιξη του οκτάντα, ενός παρόμοιου οργάνου με διαφορετική κλίμακα. Η λειτουργία του εξάντα βασίζεται στο φαινόμενο της ανάκλασης σύμφωνα με το οποίο η οπτική γωνία ανάκλασης σε ένα επίπεδο είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης αυτής. Κυρίως όμως βασίζεται στη διπλή ανάκλαση, η οποία πραγματοποιείται με δύο κάτοπτρα τα οποία ανακλούν το είδωλο ενός αστέρα που πρέπει να έρθει στην ίδια ευθεία με τον ορίζοντα.

Ο χειριστής του οργάνου, ο οποίος πρέπει να βρίσκεται σε όρθια θέση, παρατηρεί μέσα από ένα τηλεσκόπιο τον ορίζοντα και το είδωλο του αστέρα ταυτόχρονα και με την κίνηση μιας ράβδου προσπαθεί να τα ευθυγραμμίσει. Στη συνέχεια μέσα από έναν δείκτη που δείχνει την τοξοειδή κλίμακα του εξάντα συμπεραίνει τη γωνία που σχηματίζει ο αστέρας με τον ορίζοντα που χρησιμεύει στο γεωγραφικό πλάτος.

Όπως όμως πολλά όργανα έτσι και ο εξάντας εμφανίζει σφάλματα που έχουν προσδιοριστεί στα επτά. Στη σύγχρονη ναυτιλία το ρόλο του εξάντα έχουν πάρει ηλεκτρονικά μέσα προσδιορισμού που βασίζονται στη χρήση δορυφόρων.

Ο εξάντας αποτελείται από τα εξής μέρη:

² <http://el.wikipedia.org/wiki/Εξάντας>

- Η ίτις, που είναι το κάτω μέρος του σκελετού και φέρει βαθμολογημένο τόξο από 0° μέχρι 140°
- Ο κανόνας που είναι έκκεντρος στη κορυφή του οργάνου
- Το μικρομετρικό τύμπανο, που βρίσκεται στη μπροστινή κάτω άκρη του κανόνα
- Ο βερνιέρος
- Το μεγάλο κινητό κάτοπτρο για την πρώτη ανάκλαση της ακτίνας του αντικειμένου που βρίσκεται στο πάνω μέρος του κανόνα
- Το μικρό ακίνητο κάτοπτρο για την δεύτερη ανάκλαση της ακτίνας του αντικειμένου που είναι στερεωμένο στο σκελετό του οργάνου
- Τα χρωματιστά γυαλιά που χρησιμεύουν στην ελάττωση της έντασης του φωτός
- Το τηλεσκόπιο που είναι ακίνητο πάνω στον σκελετό
- Η λαβή που βρίσκεται στο δεξιό μέρος του σκελετού

Ιπτάμενη περιστέρα

Επιμέλεια: Βούρτσα Μαρία
Δροσίνη Μαρία
Κονδύλη Ναταλία- Βίκυ



Ο Αρχύτας ήταν γνωστός μηχανικός και πυθαγόρειος φιλόσοφος. Έζησε στην ιστορική εποχή μετά τον Δαίδαλο και έδρασε ανάμεσα στο 430 και 350 π.Χ. Καταγόταν από μια αρχαία ελληνική αποικία στη Σικελία. Ήταν αυτός που επινόησε τον πρώτο ιπτάμενο μηχανισμό της ιστορίας, με βάση μια μαρτυρία του Φαβρόνιου, ιστορικού της αρχαιότητας.

Κατασκεύασε μια αξιοπερίεργη ιπτάμενη μηχανή, η οποία ονομάστηκε και «πετομηχανή ή περιστέρα» που πετούσε με πεπιεσμένο αέρα. Αποτελούνταν από ένα ισχυρό κέλυφος, το οποίο είχε την μορφή περιστεριού και εσωτερικά είχε την κύστη ενός μεγάλου ζώου.

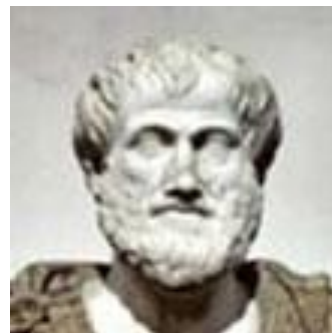
Η «περιστέρα» του Αρχύτα πέταξε, σε ανάλογο πείραμα, διασχίζοντας απόσταση 200 περίπου μέτρων. Ήταν τοποθετημένη με το άνοιγμα της κύστης προσαρμοσμένο στο άκρο ενός θερμαινόμενου λέβητα. Έτσι όταν η πίεση του αέρα ξεπερνούσε τη μηχανική αντοχή της σύνδεσης η περιστέρα εκτοξευόταν και με τη βοήθεια της ορμής του πεπιεσμένου αέρα της κύστης συνέχιζε την πορεία της με βάση την αρχή της αεροδυναμικής.

Από ιστορική άποψη, είναι η πρώτη ιπτάμενη κατασκευή, η οποία έχει καταγραφεί. Τέλος, η παράδοση φέρει τον Αρχύτα ως τον πρώτο αερομοντελιστή.

Υδραυλικό ρολόι Κτησίβιου

Επιμέλεια: Βούρτσα Μαρία
Δροσίνη Μαρία
Κονδύλη Ναταλία-Βίκυ

Ο Κτησίβιος καταγόταν από την Αλεξάνδρεια και έζησε ανάμεσα στο 285 με 222 μ.Χ. Έδρασε την ίδια εποχή με τον Αρχιμήδη και ήταν σπουδαίος εφευρέτης που κατασκεύασε πολλές μηχανές που λειτουργούν με αέρα. Μερικές από τις σημαντικότερες εφευρέσεις του ήταν η αναρροφητική αντλία και το υδραυλικό ρολόι.



Το υδραυλικό ρολόι ήταν το πρώτο που μπορούσε να χρησιμοποιηθεί βράδυ και να λειτουργεί αδιάκοπα χωρίς κάποια

παρέμβαση. Ήταν βασισμένο στη θεωρία της κλεψύδρας και είχε τρία βασικά μέρη, μια δεξαμενή συλλέκτη, μια κλεψύδρα και μια δεξαμενή για να επιπλέει ένας πλωτήρας.

Λειτουργούσε με νερό μέσω ενός μπρούντζινου δοχείου, όπου αυτό με τη σειρά του το μετέφερε σε ένα ενδιάμεσο δοχείο που είχε ο πλωτήρας. Από εκεί ένας σταλάκτης το μετέφερε σταγόνα-σταγόνα σε ένα δοχείο με σταθερή παροχή νερού. Σε ένα δοχείο έπεφταν σταγόνες ώσπου η στάθμη ανέβαινε και παρέσυρε μια ράβδο που μετρούσε τις ώρες. Όταν το νερό υπερχειλίζε άδειαζε αυτόματα με τη χρήση σιφωνίων. Η ρύθμιση του γίνεται με τη βοήθεια μιας βίδας.



Μπαταρία της Βαγδάτης

Επιμέλεια: Μπαλατσιάς Σωτήρης
Νούλα Ευρυδίκη
Νταή Ελένη-Αντιγόνη
Παρμάκη Χρυσούλα

Ο Γερμανός αρχαιολόγος Wilhelm König, ανακάλυψε το 1938, κοντά στη Βαγδάτη, τη διάσημη «μπαταρία της Βαγδάτης» και έφερε νέα δεδομένα για την γνώση, και τη χρήση του ηλεκτρισμού από τους αρχαίους λαούς. Ο König ανακάλυψε σε



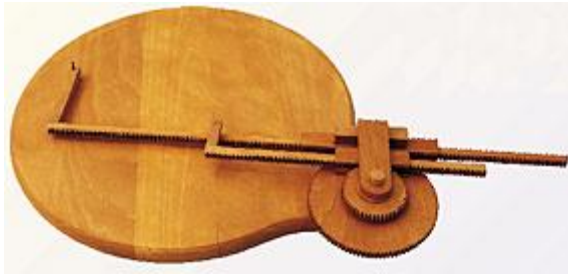
ανασκαφές κάποιου κτιρίου μαζί με άλλα αντικείμενα και ένα ξεχωριστό δοχείο το οποίο περιείχε ένα χάλκινο κύλινδρο επενδυμένο με πίσσα και στερεωμένο στο χείλος της οπής. Στο κέντρο της πίσσας είχε μια μικρή σιδερένια ράβδο πακτωμένη στο καπάκι. Αναλύσεις έδειξαν ότι το περιεχόμενό του ήταν κάποιο οξειδωτικό διάλυμα, πιθανότατα κρασί ή ξύδι. Αυτό σημαίνει ότι πιθανότατα στο βάζο υπήρχε ένα υγρό που αλληλεπιδρούσε με το μέταλλο και παρήγαγε ηλεκτρικό φορτίο. Οι αρχαιολόγοι έφτασαν στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για ένα είδος μπαταρίας.

Η αρχαία αυτή μπαταρία μετρήθηκε και μετά από 2200 χρόνια συνέχιζε να παράγει τάση των 0,8-2V, ενώ η παράλληλη σύνδεση και άλλων μπαταριών, θα μπορούσε να οδηγήσει και σε μεγαλύτερες τάσεις!!!

Η μπαταρία αυτή είχε ως αποτέλεσμα πολλά χρόνια αργότερα να αποκαλυφθούν οι χρήσεις της, καθώς το 1981 ο επιστήμονας Έγκεμπρεχτ κατασκεύασε μια ολόιδια μπαταρία με αυτήν της Βαγδάτης και κατόρθωσε μέσα σε 2 μόνο ώρες να επιχρυσώσει ασημένια αντικείμενα. Μια εξήγηση λοιπόν που θα μπορούσε να δοθεί θα ήταν ότι χρησίμευε για την επίστρωση και επιχρύσωση μετάλλων με τη μέθοδο της ηλεκτρόλυσης. Βέβαια υπάρχουν πολλές ακόμα χρήσεις οι οποίες δεν έχουν ανακαλυφθεί ακόμα οι επιστήμονες όμως ευελπιστούν να καταφέρουν να λύσουν το μυστήριο της μπαταρίας.

Ο Παντογράφος του Ήρωνα

Αποτελεί μια εντυπωσιακή διάταξη αναγραφής σχεδίων και φιγούρων ενώ



συνδυάζει και τη δυνατότητα σμίκρυνσης ή μεγέθυνσης. Η κατασκευή αυτή αποτελούνταν από μια επίπεδη βάση στην οποία υπήρχαν κολλημένοι δύο οδοντωτοί τροχοί (οι οποίοι περιστρέφονταν γύρω από έναν

άξονα που περνούσε από το κοινό τους κέντρο) και από δύο παράλληλους οδοντωτούς κανόνες (οι οποίοι ήταν πάντα σε επαφή με τους οδοντωτούς τροχούς ολισθαίνοντας εντός αυλακωτών ραβδών). Οι αυλακωτές ράβδοι ήταν κάθετα προσκολλημένες σε έναν βραχίονα ο οποίος περιστρέφονταν γύρω από το κέντρο των οδοντωτών τροχών. Δύο ράβδοι ήταν κολλημένοι κάθετα στο τέλος των οδοντωτών κανόνων και οι οποίοι έφεραν στο άκρο τους την «ακίδα ανάγνωσης» και τη «γραφίδα αντιγραφής». Οι δύο αυτές ακίδες ήταν ευθυγραμμισμένες με το κέντρο των οδοντωτών τροχών. Έτσι, καθώς ο χειριστής της κατασκευής ακολουθούσε το περίγραμμα του σχεδίου με την ακίδα ανάγνωσης, γραφίδα αντιγραφής σχεδίαζε το αντίγραφο σε κλίμακα ανάλογη με τον λόγο των γραναζιών.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο «Παντογράφος του Ήρωνα» αποτελεί την πρώτη συσκευή αντιγραφής, μεγέθυνσης και σμίκρυνσης παγκοσμίως.

Αστρολάβος

Ο αστρολάβος είναι ένα αρχαίο αστρονομικό όργανο, που χρησιμοποιούνταν για τον εντοπισμό της θέσης του Ήλιου και των αστεριών στον ουρανό σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές της ημέρας. Ήταν ιδιαίτερα χρήσιμος από τον 2^ο αι. πΧ μέχρι και τον 18^ο αι. μΧ, στη ναυσιπλοΐα. Έτσι ο αστρολάβος καθιστούσε δυνατό στους ναυτικούς να βρίσκουν την ώρα γνωρίζοντας μόνο το γεωγραφικό πλάτος και μήκος, άλλα και αντίστροφα. Ο αστρολάβος, παρ' ότι εφευρέθηκε από τον Έλληνα Ίππαρχο τον 2^ο αι. πΧ, γνώρισε μεγάλη εξέλιξη στον ισλαμικό κόσμο τον 8^ο αι. και οι Άραβες ήταν αυτοί που του έδωσαν επίπεδη μορφή. Ένας αστρολάβος ήταν κατασκευασμένος από χαλκό, κατά κανόνα διαμέτρου 15 εκατοστών. Τα κινητά του μέρη συνιστούνταν από έναν γωνιομετρικό κανόνα, που μπορούσε να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα του, και έναν δίσκο, πάνω στον οποίο υπήρχε χαραγμένη μια ακτίνα. Στη μέτρηση γωνιών μεταξύ αστεριών, έτειναν τον κανόνα ώστε να συμπέσει πάνω στο ένα αστέρι και έστρεφαν τον δίσκο ώστε να συμπέσει στο άλλο. Η γωνία που σχηματιζόταν ανάμεσα σε κανόνα και ακτίνα, σύμφωνα με την ένδειξη των μοιρών, ήταν και η γωνία που σχημάτιζαν τα αστέρια. Ο αστρολάβος άρχισε να εκλείπει, όταν αντικαταστάθηκε από πιο ειδικά και ακριβή όργανα, όπως αυτό του εξάντα, περί το 1650. Βέβαια, η συμβολή τους στην αστρονομική παιδεία, ήταν μοναδικής σημασίας.



Βιβλιογραφία

- Crease Robert, 2008, *10 μεγάλες εξισώσεις που άλλαξαν τον κόσμο*, Εκδόσεις Αρχέτυπο, Θεσσαλονίκη
- Freely John, 2011, *Ο Πλάτων στη Βαγδάτη ή το Φως της Ανατολής*, Εκδόσεις Πατάκης, Αθήνα
- Lucas N.H. Bunt, Phillip S. Jones, Jack D. Bedient, *Οι ιστορικές ρίζες των στοιχειωδών μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός
- Θ. Αραμπατζής, Στ. Βερνίκος, Κ. Γαβρόγλου, Δ. Διαλέτης, Ν. Κανδεράκης, Γ. Χριστιανίδης, 1999, *Ιστορία των επιστημών και της τεχνολογίας*, ΟΕΔΒ, Αθήνα
- Λάζος Χρήστος, 1995, *Αρχιμήδης ο ευφυής μηχανικός*, Εκδόσεις Αίολος, Αθήνα
- Παντέκη Μαρία, 1995, *Ιστορία των μαθηματικών-Επεισόδια από την εξέλιξη της Άλγεβρας*, Θεσσαλονίκη
- Εγκυκλοπαίδεια Νέα Δομή
- ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ΤΟΜΟΣ Ι, ΙΙ – E.T. BELL (ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ: ΝΙΚΗΦΟΡΟΣ ΣΤΑΜΑΤΑΚΗΣ)

Ιστοσελίδες που επισκεφτήκαμε: (πρόσβαση από 1/10/2013- 31/03/2014)

- <http://el.wikipedia.org/wiki/Ευκλείδης>
- http://ancienthistorygr.blogspot.gr/2010/10/blog-post_4801.html
- http://el.wikipedia.org/wiki/Ερατοσθένης_ο_Κυρηναίος
- http://el.wikipedia.org/wiki/Κόσκινο_του_Ερατοσθένη
- <http://www.youtube.com/watch?v=5Jo7e3L9TQo>
- <http://el.wikipedia.org/wiki/Αριαμπάτα>
- <http://eisatopon.blogspot.gr/2011/03/1o.html>
- http://www.ygeiaonline.gr/index.php?option=com_k2&view=item&id=9136:ariampata
- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2064_aryabhata-crp.jpg
- http://el.wikipedia.org/wiki/Ινδική_αστρονομία
- <http://mathcultures.weebly.com/alphalambda-chiomicronupsilonalpharhoiotazetamuiota.html>
- http://www.hiphop.gr/forum_topic/312559/1
- http://el.wikipedia.org/wiki/Λεονάρντο_της_Πίζας
- <http://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci>
- http://www.maa.org/external_archive/devlin/Fibonacci.pdf

- http://el.wikipedia.org/wiki/Ακολουθία_Φιμπονάτσι
- <http://istoriatexnespolitismos.wordpress.com/2013/07/06/φιλοσοφια-ρενε-ντεκαρτ-καρτεσιος-cogito-ergo-sum/>
- http://el.wikipedia.org/wiki/Ρενέ_Ντεκάρτ
- <http://tvxs.gr/news/σαν-σήμερα/ρενέ-ντεκάρτ-έννας-από-τους-σημαντικότερους-διανοητές-της-ανθρωπότητας>
- <http://el.wikiquote.org/wiki/Καρτέσιος>
- http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Fermat/RouseBall/RB_Fermat.html
- <http://1lyk-karpen.eyr.sch.gr/geometry/Fermat-zacharopoulou.pdf>
- <http://math.about.com/library/blfermatbio.htm>
- <http://www.sansimera.gr/biographies/640>
- <http://www.apocalypsejohn.com/2013/04/leonarnt-oiler-poiος-htan-o-Leonard-Euler.html>
- http://novamathematica.blogspot.gr/2009/01/blog-post_08.html
- <http://www.tovima.gr/science/article/?aid=175177>
- http://en.wikipedia.org/wiki/Évariste_Galois
- <https://www.google.gr/search?q=crossbow&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=f8oxU9G7MIXx0gWNvoDwCA&ved=0CDAQsAQ&biw=1024&bih=509>
- <http://el.wiktionary.org/wiki/βαλλίστρα>
- <http://www.livepedia.gr/index.php/Βαλλίστρα>
- <http://www.militaryhistory.gr/articles/view/71>
- <http://fugazigr.wordpress.com/2011/06/26/βαλλίστρα/>
- http://www.tnth.edu.gr/aet/thematic_areas/p474.html
- <http://el.wikipedia.org/wiki/Καταπέλτης>
- http://www.arcmeletitiki.gr/images/uploads/pdf/arc_arx5.pdf
- <http://users.sch.gr/mfanarioti/MHXANES/mixanologia/atmotilevolo1.html>
- <http://el.wikipedia.org/wiki/Εξάντας>
- <http://www.slideboom.com/presentations/715100/H-ΠΕΡΙΣΤΕΡΑ-ΤΟΥ-ΑΡΧΥΤΑ>
- <http://kotsanas.com/exh.php?exhibit=2001001>
- <https://promhtheas.wordpress.com/2009/06/25/η-ιπταμενη-περιστερα-του-αρχύτα-του/>
- <http://reviews.in.gr/science-tech/ancientgreektechnology/article/?aid=1231082864>
- <http://kotsanas.com/exh.php?exhibit=0204004>
- <http://kotsanas.com/exh.php?exhibit=1101005>
- <http://www.astrolabes.org/>
- <http://el.wikipedia.org/wiki/Αστρολάβος>
- <http://www.digitallife.gr/astrolavos-enas-ypologisths-xiliadwn-etwn-32230>