



### 3.1. Προσδοκώμενα αποτελέσματα



Στο τέλος αυτού του κεφαλαίου προσδοκάται ότι θα έχεις συνειδητοποιήσει τη σπουδαιότητα των δεδομένων για την επίλυση ενός προβλήματος. Θα έχεις ενστερνισθεί τη θεώρηση ότι οι αλγόριθμοι και οι δομές δεδομένων αποτελούν αδιάσπαστη ενότητα. Θα μπορείς να χειρίζεσαι με ευχέρεια προβλήματα σχετικά με εργασίες με πίνακες. Ακόμα θα μπορείς να κάνεις μια περιληπτική αναφορά σε άλλες δομές δεδομένων (στοίβα, ουρά, λίστα, δένδρο). Τέλος εκτιμάται ότι θα έχεις κατανοήσει τη λειτουργία της αναδρομής. Έτσι έρχεσαι σε επαφή με ένα πανόραμα δομών και αλγορίθμων, που αποτελεί ένα ικανοποιητικό σύνολο εργαλείων για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων.

### 3.2. Επιπλέον παραδείγματα



#### Παράδειγμα 1. Υπολογισμός μέγιστου ποσού

Σε μία εταιρεία εργάζονται 200 υπάλληλοι και είναι γνωστός ο μισθός του καθενός. Να χρησιμοποιηθεί η δομή του πίνακα για να αποθηκεύονται οι μισθοί των υπαλλήλων και να βρεθεί ο κατάλληλος αλγόριθμος υπολογισμού του μεγαλύτερου μισθού.

```

Αλγόριθμος Μεγαλύτερος_Μισθός
Διάβασε MIS[1]
MAX ← MIS[1]
Για i από 2 μέχρι 200
    Διάβασε MIS[i]
    Αν MIS[i] > MAX τότε
        MAX ← MIS[i]
    Τέλος_αν
Τέλος_επανάληψης
Αποτελέσματα // MAX//
Τέλος Μεγαλύτερος_Μισθός

```



Ένα παρόμοιο παράδειγμα είχε χρησιμοποιηθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο (παράδειγμα 3). Η δομή του πίνακα χρησιμοποιείται ώστε οι μισθοί των υπαλλήλων να αποθηκεύονται στις θέσεις του πίνακα και να μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στη συνέχεια. Αντίθετα, στο προηγούμενο κεφάλαιο δεν αποθηκεύονταν κάπου οι τιμές των θερμοκρασιών αλλά απλά χρησιμοποιούνταν στις συγκρίσεις για την αναγνώριση της μέγιστης θερμοκρασίας.

### Παράδειγμα 2. Υπολογισμός αριθμού συνδυασμών

Είναι γνωστό από τα μαθηματικά ότι ο αριθμός των συνδυασμών των  $n$  πραγμάτων ανά  $k$  δίνεται από τον τύπο

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Να προταθεί ένας αλγόριθμος για τον υπολογισμό του αριθμού των συνδυασμών αυτών. Ένας απλός τρόπος είναι να εφαρμοσθεί ο προηγούμενος μαθηματικός τύπος. Έτσι δεδομένων των παραλλαγών του αλγορίθμου για τον υπολογισμό του  $n!$ , προκύπτει ο επόμενος αλγόριθμος που καλεί κάποια από αυτές τις παραλλαγές.

```

Αλγόριθμος Συνδυασμός
Διάβασε n
Διάβασε k
a ← Παραγοντικό(n)
b ← Παραγοντικό(k)
c ← Παραγοντικό(n-k)
combination ← a / (b*c)
Γραψε combination
Τέλος Συνδυασμός

```

Αν και ο αλγόριθμος αυτός είναι ιδιαίτερα απλός στην κατανόηση και στον προγραμματισμό του, εντούτοις δεν είναι ο καλύτερος δυνατός από την άποψη της αποδοτικότητας γιατί εκτελεί περιττούς πολλαπλασιασμούς. Αυτό φαίνεται ανάγλυφα αν θεωρήσουμε και πάλι το μαθηματικό τύπο του αριθμού των συνδυασμών. Στο κλάσμα του τύπου αυτού μπορεί να γίνει κάποια απλοποίηση μεταξύ αριθμητή και παρονομαστή. Για παράδειγμα, για τον υπολογισμό του αριθμού των συνδυα-

σμών των 10 πραγμάτων ανά 5, με τον προηγούμενο τρόπο θα εκτελέσουμε 9 πολλαπλασιασμούς για τον υπολογισμό του αριθμητή (10!), και 4+4 πολλαπλασιασμούς για τον υπολογισμό του παρονομαστή (δύο φορές το 5!). Ενώ εύκολα προκύπτει ότι

$$\frac{10!}{5!5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

όπου εκτελούνται από τέσσερις πολλαπλασιασμοί σε αριθμητή και παρονομαστή. Ο αντίστοιχος αλγόριθμος έχει ως εξής.

```
Αλγόριθμος Συνδυασμός2
Διάβασε n
Διάβασε k
a ← 1
Για i από n μέχρι n-k+1 με_βήμα -1
    a ← a*i
Τέλος_επανάληψης
b ← Παραγοντικό(k)
combination ← a/b
Εκτύπωσε combination
Τέλος Συνδυασμός2
```

### Παράδειγμα 3. Υπολογισμός μέσου όρου

Σε ένα Λύκειο υπάρχουν τρία τμήματα για την Γ' Λυκείου και κάθε τμήμα έχει 35 μαθητές. Να γραφεί ένας αλγόριθμος που θα διαβάζει το μέσο όρο βαθμολογίας κάθε μαθητή και θα υπολογίζει το γενικό μέσο όρο βαθμολογίας για όλη την τάξη της Γ' Λυκείου.

Ο αλγόριθμος που ακολουθεί υπολογίζει τον παραπάνω μέσο όρο με χρήση της δομής του πίνακα.

```
Αλγόριθμος Μέσος_Ορος
S ← 0
Για i από 1 μέχρι 105
    Διάβασε M[i]
    S ← S+M[i]
Τέλος_επανάληψης
MO ← S/105
Αποτελέσματα // MO //
Τέλος Μέσος_Ορος
```

### Παράδειγμα 4. Χρήση δισδιάστατων πινάκων

Έστω ότι δίνονται δύο δισδιάστατοι πίνακες A και B διαστάσεων 5X5 ο καθένας. Να γραφεί ένας αλγόριθμος που θα διαβάζει τα στοιχεία των πινάκων και θα υπολογίζει το άθροισμα των πινάκων, το οποίο θα αποθηκεύεται σε ένα νέο πίνακα.

```

Αλγόριθμος Αθροισμα_Πινάκων
Για i από 1 μέχρι 5
    Για j από 1 μέχρι 5
        Διάβασε A[i,j], B[i,j]
        C[i,j] ← A[i,j] + B[i,j]
    Τέλος_επανάληψης
Τέλος_επανάληψης
Αποτελέσματα // C //
Τέλος Αθροισμα_Πινάκων

```

### Παράδειγμα 5. Αραιοί πίνακες

Ένας πίνακας λέγεται **αραιός** (sparse) αν ένα μεγάλο ποσοστό των στοιχείων του έχουν μηδενική τιμή. Δεν υπάρχει ακριβές ποσοστό σε σχέση με τον αριθμό των μηδενικών στοιχείων, επάνω από το οποίο ένας πίνακας χαρακτηρίζεται ως αραιός. Αρκεί όμως, για παράδειγμα, να πούμε ότι με περισσότερο από 80% μηδενικά ένας πίνακας χαρακτηρίζεται ως αραιός.

Αραιοί πίνακες συναντώνται συχνά σε μεγάλα επιστημονικά προβλήματα (επίλυση εξισώσεων κλπ). Το πρόβλημα με τη διαχείριση των αραιών πινάκων είναι ότι απαιτείται πολύ χώρος για την αποθήκευση μηδενικών. Άρα πρέπει να βρεθεί ένας οικονομικός τρόπος αποθήκευσης των αραιών πινάκων. Στην πράξη έχουν προταθεί αρκετοί τρόποι. Ένας από αυτούς τους τρόπους περιγράφεται στη συνέχεια. Έστω, λοιπόν, ότι δίνεται ο επόμενος πίνακας, που θέλουμε να τον διαχειριστούμε ως αραιό.

0	7	0	0	0
1	2	0	0	-3
0	0	4	0	0
12	0	0	0	0

Αντί να αποθηκεύσουμε αυτόν το δισδιάστατο πίνακα 4x5, θα θεωρήσουμε ένα μονοδιάστατο πίνακα όπου θα τοποθετήσουμε μόνο τα μη μηδενικά στοιχεία, για τα οποία όμως χρειαζόμαστε τα στοιχεία των αντίστοιχων γραμμών και στηλών. Έτσι καταλήγουμε κάθε μη μηδενικό στοιχείο να αντιπροσωπεύεται από μία τριάδα στοιχείων, δηλαδή <γραμμή,στήλη,τιμή>. Για το λόγο αυτό δημιουργούμε ένα μονοδιάστατο πίνακα 18 θέσεων για τα 6 μη μηδενικά στοιχεία του αρχικού πίνακα. Ο νέος πίνακας έχει τη μορφή

1	2	7	2	1	1	2	2	2	2	5	-3	3	3	4	4	1	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	----

Πλέον, το πρόβλημα έγκειται στην αναγνώριση της τιμής μίας θέσης του παλαιού πίνακα, δεδομένου ότι ο πίνακας είναι αποθηκευμένος με τη νέα του μορφή. Ο επόμενος αλγόριθμος "Αραιός" επιστρέφει την τιμή του στοιχείου που βρίσκεται στη θέση <γραμμή l, στήλη m> του αρχικού πίνακα επεξεργαζόμενος τη νέα μορφή του πίνακα που αποτελείται από 3n θέσεις, όπου n ο αριθμός των μη μηδενικών στοιχείων.

```

Αλγόριθμος Αραιός
Δεδομένα // sparse, n //
flag ← 0
k ← 0
Οσο flag=0 επανάλαβε
    i ← sparse[3*k+1]
    j ← sparse[3*k+2]
    Αν i=L και j=M τότε
        result ← sparse[3*k+3]
        flag ← 1
    αλλιώς_αν i > L ή (i=L και j > M) τότε
        result ← 0
        flag ← 1
    αλλιώς
        k ← k+1
    Τέλος_αν
Τέλος_επανάληψης
Αποτελέσματα // result //
Τέλος Αραιός

```

### 3.3. Δραστηριότητες - ασκήσεις



#### Στην τάξη

**ΔΤ1.** Σε μία κατασκήνωση υπάρχουν 300 παιδιά και καθένα από αυτά έχει μοναδικό αριθμό από το 1 έως και το 300 που του αντιστοιχεί. Για κάθε παιδί είναι γνωστή η ηλικία του. Να χρησιμοποιηθεί η δομή του πίνακα για να αποθηκεύονται οι ηλικίες των παιδιών και να βρεθεί ο κατάλληλος αλγόριθμος υπολογισμού του μικρότερου και μεγαλύτερου σε ηλικία παιδιού και να εκτυπώνεται τόσο η ηλικία όσο και ο κωδικός του μικρότερου και μεγαλύτερου παιδιού.



**ΔΤ2.** Ο αλγόριθμος της φουσσαλίδας όπως διατυπώθηκε στην παράγραφο 3.7 έχει το μειονέκτημα ότι δεν είναι αρκετά “έξυπνος” ώστε να διαπιστώνει στην αρχή ή στο μέσο της διαδικασίας αν ο πίνακας είναι ταξινομημένος. Να σχεδιασθεί μία παραλλαγή του αλγορίθμου αυτού που να σταματά όταν διαπιστωθεί ότι τα στοιχεία του πίνακα είναι ήδη ταξινομημένα.

**Υπόδειξη:** Να χρησιμοποιήσετε μία βοηθητική μεταβλητή που να ελέγχει το τέλος κάθε επανάληψης του εξωτερικού βρόχου (“Για i από 2 μέχρι n”) αν για την τρέχουσα τιμή του i έγιναν αντιμεταθέσεις στοιχείων.



**ΔΤ3.** Να δοθούν οι αλγόριθμοι Ώθηση (Push) και Απώθηση (Pop) που αντίστοιχα εκτελούν τις προφανείς λειτουργίες σε μία στοίβα. Να δοθεί ένα παράδειγμα, στο οποίο να χρησιμοποιείται μία στοίβα από ακέραιους. Η στοίβα αντιπροσωπεύεται από έναν πίνακα μέχρι 100 θέσεων.



**ΔΤ4.** Να δοθούν οι αλγόριθμοι Εισαγωγή\_σε\_Ουρά (Enqueue) και Εξαγωγή\_από\_Ουρά (Dequeue) που αντίστοιχα εκτελούν τις προφανείς λειτουργίες σε μία ουρά. Να δοθεί ένα παράδειγμα, στο οποίο να χρησιμοποιείται μία ουρά από ακέραιους. Η ουρά αντιπροσωπεύεται από έναν πίνακα μέχρι 100 θέσεων.



**ΔΤ5.** Εστω ότι η τάξη σας θα συμμετάσχει στην ημερήσια εθελοντική αιμοδοσία που πραγματοποιεί ο Δήμος της πόλης σας. Είναι γνωστό το επίθετο κάθε μαθητή και όλοι οι μαθητές θα συμμετάσχουν στην αιμοδοσία. Να γραφεί αλγόριθμος για τη δημιουργία ουράς των μαθητών έξω από το Κέντρο αιμοδοσίας με δεδομένο ότι η ουρά θα δημιουργηθεί με βάση την αλφαβητική σειρά των επιθέτων των μαθητών.



**ΔΤ6.** Μία οικολογική οργάνωση διαθέτει στοιχεία για το ποσοστό δασών για 50 διαφορετικές χώρες. Χρειάζεται να πάρει απόφαση για να διοργανώσει μία εκδήλωση διαμαρτυρίας στις 10 χώρες που έχουν το χαμηλότερο ποσοστό δασών. Να δοθεί αλγόριθμος που θα ταξινομεί τα ποσοστά δασών των χωρών με χρήση της μεθόδου της ευθείας ανταλλαγής και θα εκτυπώνει τις 10 χώρες στις οποίες θα διοργανωθούν οι εκδηλώσεις.

### Στο σπίτι



Στο τετράδιό σας αντιμετωπίστε τα παρακάτω προβλήματα :

**ΔΣ1.** Δίνεται ο παρακάτω πίνακας από αντιστοιχίες νομισμάτων διαφόρων κρατών:

Νόμισμα Χώρας	Αγορά	Πώληση
Δολλάριο ΗΠΑ	274,161	281,091
Δολλάριο Καναδά	178,238	182,743
Λιρέττα Ιταλίας	0,164	0,172
Φράγκο Γαλλίας	49,442	50,692
Μάρκο Γερμανίας	165,806	169,997

Να γραφεί ένας αλγόριθμος που θα κάνει μετατροπές ενός ποσού από τα ξένα νομίσματα σε δραχμές και από δραχμές στο αντίστοιχο ξένο νόμισμα.

**ΔΣ2.** Κατά τη διάρκεια ενός πρωταθλήματος μπάσκετ καταγράφεται ο αριθμός των πόντων που έχουν βάλει 5 παίκτες σε 5 διαφορετικά παιχνίδια. Να γραφεί αλγόριθμος που θα σε βοηθήσει να κρατήσεις σε ένα δισδιάστατο πίνακα αυτά τα στοιχεία και στη συνέχεια να υπολογίσεις τον παίκτη που έχει πετύχει το μεγαλύτερο αριθμό πόντων από όλα τα παιχνίδια.



**ΔΣ3.** Εστω ότι θέλουμε να διατάξουμε τους μαθητές μίας τάξης κατά φθίνουσα σειρά ύψους. Η τεχνική που θα ακολουθήσουμε είναι η εξής. Αρχικά, τοποθετούμε τους μα-

θητές σε μία τυχαία σειρά. Κατόπιν συγκρίνουμε το δεύτερο με τον πρώτο και αν χρειασθεί τους αντιμεταθέτουμε ώστε πρώτος να είναι ο ψηλότερος. Στη συνέχεια θεωρούμε τον τρίτο και τον τοποθετούμε στη σωστή σειρά σε σχέση μεν πρώτο και το δεύτερο. Κατ' αυτόν τον τρόπο συνεχίζουμε μέχρι να τοποθετήσουμε στη σωστή σειρά όλους τους μαθητές. Να σχεδιασθεί ένας αλγόριθμος που να υλοποιεί αυτή τη μέθοδο ταξινόμησης.

**ΔΣ4.** Ένας μαθητής έχει μία συλλογή από δίσκους CD και για κάθε CD έχει καταγράψει στον υπολογιστή τον τίτλο και την χρονιά έκδοσής του. Να ταξινομηθούν τα CD με βάση την χρονιά τους και να υπολογισθεί ο αριθμός των CD που έχει ο μαθητής με χρονολογία έκδοσης πριν από το 1995.



**ΔΣ5.** Ας υποθέσουμε ότι έχετε αναλάβει να μοιράσετε ένα σύνολο από βιβλία στους συμμαθητές σας. Αν ορίσετε μία ημέρα για το μοίρασμα των βιβλίων και οι συμμαθητές σας φθάνουν ο ένας μετά τον άλλο φτιάχνοντας μία ουρά πώς θα ρυθμίσετε την είσοδο και την έξοδο τους από την ουρά; Να δώσετε το σχετικό αλγόριθμο εισαγωγής και εξαγωγής από την ουρά.

### 3.4. Τεστ αυτοαξιολόγησης



**Δίνονται οι παρακάτω ομάδες προτάσεων. Σε κάθε μία από αυτές, να κάνετε τις απαραίτητες διορθώσεις ώστε να ισχύουν οι προτάσεις**

1. Δομή Δεδομένων είναι ένα σύνολο δεδομένων τα οποία δεν υφίσταται επεξεργασία από λειτουργίες, που καλούνται από το υπόλοιπο πρόγραμμα.
2. Οι δυναμικές δομές δεδομένων αποθηκεύονται σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης αλλά στηρίζονται στην τεχνική της λεγόμενης δυναμικής παραχώρησης μνήμης (dynamic memory allocation).
3. Οι πίνακες χρησιμεύουν για την αποθήκευση και διαχείριση τριών βασικών δομών: της αναδρομής, της στοίβας και της ουράς.

**Συμπλήρωσε τα κενά με το σωστή λέξη που λείπει**

4. Η \_\_\_\_\_ είναι η πράξη κατά την οποία όλοι οι κόμβοι ή μερικοί από τους κόμβους μίας δομής αντιγράφονται σε μία άλλη δομή.
5. Η \_\_\_\_\_ είναι η πράξη κατά την οποία δύο ή περισσότερες δομές συνενώνονται σε μία ενιαία δομή.
6. Ο \_\_\_\_\_ αποτελεί την αντίστροφη πράξη της συγχώνευσης.
7. Δύο είναι οι κύριες λειτουργίες σε μία στοίβα: η \_\_\_\_\_ στοιχείου στην κορυφή της στοίβας και η \_\_\_\_\_ στοιχείου από τη στοίβα.
8. Δύο είναι οι κύριες λειτουργίες σε μία ουρά: η \_\_\_\_\_ στοιχείου στο πίσω άκρο της ουράς και η \_\_\_\_\_ στοιχείου από το εμπρός άκρο της ουράς.



9. Η τακτοποίηση των κόμβων μίας δομής με μία ιδιαίτερη σειρά είναι μία ιδιαίτερη σημαντική λειτουργία που ονομάζεται \_\_\_\_\_.

**Χαρακτήρισε τα παρακάτω σαν σωστό ή λάθος**

10. Οι δομές δεδομένων διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τις στατικές και τις δυναμικές.
11. Δύο είναι οι κύριες λειτουργίες που εκτελούνται σε μία ουρά: εισαγωγή και η διαγραφή.
12. Η τακτοποίηση των κόμβων μίας δομής με μία ιδιαίτερη σειρά είναι μία ιδιαίτερη σημαντική λειτουργία που ονομάζεται εξαγωγή.
13. Η μέθοδος της ταξινόμησης ευθείας ανταλλαγής βασίζεται στην αρχή της σύγκρισης και ανταλλαγής ζευγών γειτονικών στοιχείων, μέχρις ότου διαταχθούν όλα τα στοιχεία.

**Διάλεξε όλα όσα χρειάζεται μεταξύ των προτεινόμενων**

14. Οι βασικές λειτουργίες (ή αλλιώς πράξεις) επί των δομών δεδομένων είναι οι ακόλουθες:
- |               |             |               |
|---------------|-------------|---------------|
| A) Προσπέλαση | Γ) Εισαγωγή | E) Αναζήτηση  |
| B) Ανάγνωση   | Δ) Διαγραφή | Z) Εκτύπωση   |
|               |             | H) Ταξινόμηση |
15. Η σειριακή μέθοδος αναζήτησης δικαιολογεί τη χρήση της μόνο σε περιπτώσεις όπου:
- A) ο πίνακας είναι αταξινομήτος
- B) ο πίνακας αποτελείται από ακέραιους
- Γ) ο πίνακας είναι μικρού μεγέθους
- Δ) ο πίνακας δεν είναι δισδιάστατος
- E) η αναζήτηση σε ένα συγκεκριμένο πίνακα γίνεται σπάνια
- Z) η αναζήτηση γίνεται με βάση την τιμή δευτερεύοντος κλειδιού

**Βάλε έναν κύκλο στα σωστά**

16. Οι πίνακες χρησιμεύουν για την αποθήκευση και διαχείριση των παρακάτω δομών δεδομένων :
- |           |             |
|-----------|-------------|
| A) ουράς  | Γ) στοίβας  |
| B) λίστας | Δ) επιλογής |