Η σακαράκα και οι λακκούβες

Ένα αυτοκίνητο μάζας M=800 kg μεταφέρει 4 επιβάτες, μάζας m=60 kg ο καθένας, κατά μήκος ανωμάλου δρόμου όπου κάθε 4 m υπάρχει μια λακκούβα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να αναπηδά με μέγιστο πλάτος όταν το αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 15km/h. Να υπολογίσετε πόσο θα ανασηκωθεί το αυτοκίνητο μόλις κατέβουν και οι 4 επιβάτες. (Από την ΚΦΕ 51 του ΕΑΠ)

<u>Λύση:</u>

Έστω M η μάζα του αυτοκινήτου, m η μάζα του κάθε ανθρώπου και d η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά αυλάκια.
Καθώς το αυτοκίνητο πέφτει στα αυλάκια εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με περίοδο T το χρόνο που απαιτείται για να διανύσει την απόσταση d ανάμεσα στα δύο αυλάκια. Όταν το αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα υ, το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο. Άρα έχουμε συντονισμό και η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης ισούται με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος αυτοκίνητο + 4 επιβάτες.

$$\upsilon = \frac{d}{T} \Leftrightarrow T = \frac{d}{\upsilon}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\upsilon}{d}$$

Στο συντονισμό ισχύει: $f_o=f=\upsilon/d$.
Για την ιδιοσυχνότητα του συστήματος ισχύει:

$$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M+4m}}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε τη σταθερά k του συστήματος ανάρτησης του αυτοκινήτου.

$$k = \frac{4\pi^2(M+4m)\upsilon^2}{d^2}$$

Όταν στο αυτοκίνητο επιβαίνουν 4 επιβάτες η συμπίεση του συστήματος ανάρτησης είναι ΔL:

$$(M+4m)g = k\Delta L$$

Όταν αποβιβαστούν οι επιβάτες η συμπίεση είναι ΔL΄:

$$Mg = k\Delta L'$$

Άρα το αυτοκίνητο ανασηκώνεται κατά :

$$\boxed{\Delta L - \Delta L' = \frac{4mg}{k} = \frac{4mgd^2}{4\pi^2(M+4m)\upsilon^2}}$$

Με αντικατάσταση βρίσκουμε ότι το αυτοκίνητο ανασηκώνεται κατά:
0,05 m = 5cm.