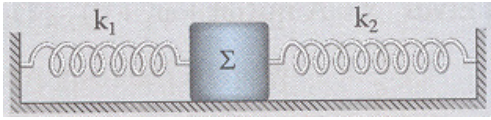


## Επαναληπτικές ασκήσεις στις μηχανικές ταλαντώσεις

**Κ 1.18:** Το σώμα  $\Sigma$  με μάζα  $0.1\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $0.1\text{m}$  πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι σταθερές των δυο ελατηρίων είναι  $k_1=30\text{N/m}$  και  $k_2=10\text{N/m}$ . Κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα διέρχεται από τη ΘΙ κινούμενο προς τα δεξιά, ενώ τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος, αποσυνδέεται από το πρώτο ελατήριο το οποίο όμως εξακολουθεί να είναι οριζόντιο. Να βρείτε:



- Α. την περίοδο ταλάντωσης του σώματος μετά την αποσύνδεσή του από το πρώτο ελατήριο.
- Β. την ταχύτητα με την οποία περνάει και πάλι το σώμα για πρώτη φορά από τη ΘΙ του
- Γ. την απόσταση των ακραίων θέσεων ταλάντωσης του σώματος.  
( $3\pi/10\text{s}$ ,  $2\text{m/s}$ ,  $0.3\text{m}$ )

**Κ 1.19:** Ένα υλικό σημείο με μάζα  $10^{-3}\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σύμφωνα με την εξίσωση  $x=\eta\mu(\pi/3 t)$  (SI). Να βρείτε:

- Α. το ρυθμό μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου κατά τη χρονική στιγμή  $t_1=1.5\text{s}$ .
- Β. το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου κατά τη χρονική στιγμή  $t_2=3\text{s}$ .
- Γ. Τη μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου.

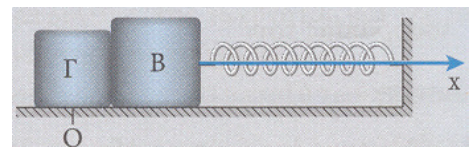
**Κ 1.20:** Ένα υλικό σημείο με μάζα  $10^{-3}\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $0.1\text{m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  διέρχεται από το σημείο  $x=0.05\text{m}$  κινούμενο κατά τη θετική φορά, ενώ τη χρονική στιγμή  $t_1=2/3\text{s}$  διέρχεται από το ίδιο σημείο κινούμενο κατά την αρνητική φορά.

- Α. Να υπολογίσετε την περίοδο ταλάντωσης
- Β. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Γ. Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_0$  και  $t_2=1/3\text{s}$ .

Δίνεται ότι  $\pi^2=10$ .

( $2\text{s}$ ,  $x=0.1\eta\mu(\pi t+\pi/6)$ ,  $v=0.1\pi \sigma\upsilon\nu(\pi t+\pi/6)$ ,  $a=-0.1\pi^2 \eta\mu(\pi t+\pi/6)$  (SI))

**Κ 1.22:** Στη διάταξη του σχήματος τα σώματα Β και Γ έχουν μάζες  $0.5\text{kg}$  και  $1.5\text{kg}$  αντίστοιχα, η σταθερά του ελατηρίου ισούται με  $50\text{N/m}$  και το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Μετακινώντας τα σώματα προς τα δεξιά (θετική φορά) συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά  $0.1\text{m}$  και στη συνέχεια αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα. Να βρείτε:



- Α. το χρόνο που περνά από τη στιγμή που αφήνουμε τα δυο σώματα ελεύθερα, μέχρι τη στιγμή κατά την οποία περνούν για πρώτη φορά από τη ΘΙ τους και το μέτρο της ταχύτητάς τους κατά τη στιγμή αυτή.
  - Β. τη σταθερά επαναφοράς του κάθε σώματος
  - Γ. Τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δυο σωμάτων σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή τους  $x$  από τη ΘΙ τους.
  - Δ. Τις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο σωμάτων τη στιγμή κατά την οποία τα αφήνουμε ελεύθερα και τη στιγμή κατά την οποία διέρχονται από τη ΘΙ τους.
  - Ε. Τη θέση στην οποία τα δύο σώματα αποχωρίζονται.
  - ΣΤ. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Β μετά τον αποχωρισμό του από το σώμα Γ, δεδομένου ότι το σώμα Β είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο, και
  - Ζ. Την απόσταση των δύο σωμάτων, όταν το σώμα Β διέρχεται μόνο του για πρώτη φορά από τη ΘΙ του.
- Κ 1.55:** Ένα υλικό σημείο με μάζα  $10^{-3}\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος  $0.1\text{m}$  και γωνιακή συχνότητα  $\pi/3 \text{ rad/s}$ . Κατά τη χρονική στιγμή  $t=0$  το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση  $x=-0.05\text{m}$  κινούμενο κατά τη θετική φορά. Να βρείτε:
- Α. την αρχική φάση ταλάντωσης
  - Β. Την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του υλικού σημείου κατά τη χρονική στιγμή  $t=3\text{s}$ .
  - Γ. Την κινητική και τη δυναμική ενέργεια του υλικού σημείου κατά τις χρονικές στιγμές  $t_1=3/2\text{s}$  και  $t_2=9/2\text{s}$ .
  - Δ. τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η κινητική ενέργειά του είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια.

Ε. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας, της δυναμικής ενέργειας και της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο.

**K 1.57:** Ένα σώμα  $\Sigma$  που έχει μάζα  $1\text{kg}$  αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $0.3\text{m}$  πάνω από ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $50\text{N/m}$ . Το σώμα κτυπά στο ελατήριο, κατεβαίνει συμπιέζοντάς το και στη συνέχεια εκτινάσσεται στην αρχική του θέση. Να βρείτε:

Α. την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο.

Β. Τη θέση όπου η επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με μηδέν.

Γ. Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Δ. την Περίοδο της ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

**K 1.12:** Ένα υλικό σημείο με μάζα  $10^{-3}\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι  $125 \cdot 10^{-6}\text{J}$ , ενώ η επιτάχυνση του υλικού σημείου δίνεται από την εξίσωση  $a=-25x$  (SI). Να βρείτε:

Α. την περίοδο και το πλάτος ταλάντωσης

Β. Την εξίσωση της απομάκρυνσης, αν για  $t=0$  η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με την κινητική, το  $x<0$  και το  $v>0$ .

Γ. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου κατά τη χρονική  $t=\pi/10\text{s}$ .

**K 1.35:** Ένα σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $0.1\text{kg}$  είναι συνδεδεμένο με δυο ελατήρια που έχουν σταθερές  $k_1=4\text{N/m}$  και  $k_2=6\text{N/m}$ . Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος  $0.1\text{m}$ . Ένα δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $0.3\text{kg}$  ενσωματώνεται στο  $\Sigma_1$ :

Α. με μηδενική ταχύτητα στη ΘΙ του  $\Sigma_1$

Β. με μηδενική ταχύτητα σε μια από τις ακραίες θέσεις του  $\Sigma_1$

Γ. με ταχύτητα  $v_2=0.6\text{m/s}$  που έχει τη διεύθυνση ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  σε μια θέση όπου το  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $v_1=-0.6\text{m/s}$  αντίθετη προς τη  $v_2$

Δ. με ταχύτητα  $v_2=0.4\text{m/s}$  που έχει τη διεύθυνση ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  σε μια από τις δυο ακραίες θέσεις του  $\Sigma_1$

Ε. με ταχύτητα που έχει μέτρο  $v_2=1.2\text{m/s}$  και με γωνία  $60^\circ$  ως προς τη διεύθυνση ταλάντωσης του  $\Sigma_1$ , σε μια θέση όπου το  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $v_1=-0.6\text{m/s}$  αντίθετη από την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας  $v_2$ .

Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις.

**K 1.36:** Ένα σώμα Β με μάζα  $0.9\text{kg}$  ισορροπεί εξαρτημένο από ένα κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά  $k=100\text{N/m}$ . Ένα μικρό σφαιρίδιο από πηλό με μάζα  $0.1\text{kg}$  που βρίσκεται κατακόρυφα κάτω από το σώμα και σε απόσταση  $1.46\text{m}$  από αυτό, βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Το σφαιρίδιο κολλά στο σώμα και το συσσωμάτωμα διανύει διάστημα  $0.05\text{m}$  μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του για πρώτη φορά. Να βρείτε:

Α. το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος

Β. την περίοδο της ταλάντωσης

Γ. τη μέγιστη ταχύτητα  $v_{\text{max}}$  του συσσωματώματος

Δ. την ταχύτητα  $v_k$  του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

Ε. την ταχύτητα  $v_2$  του σφαιριδίου ακριβώς πριν γίνει η κρούση

ΣΤ. την αρχική ταχύτητα  $v_0$  του σφαιριδίου

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

**X 1.67:** Η εξίσωση επιτάχυνσης ενός σώματος μάζας  $5\text{kg}$  που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι της μορφής  $a=-10\eta\mu(20t + \pi/6)$  (SI).

Α. να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης και τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος

Β. να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας

Γ. να βρείτε τη δύναμη επαναφοράς στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης

Δ. να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή  $t=\pi/60\text{s}$ .

**X 1.81:** Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος μάζας 2kg που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι της μορφής  $x=A\eta\mu(2\pi t + \pi/4)$  (SI). Τη χρονική στιγμή  $t=0$  η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα είναι  $-16\sqrt{2}\text{N}$ .

A. να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς και το πλάτος ταλάντωσης

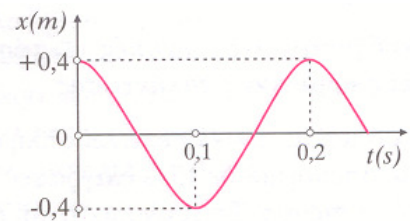
B. να βρείτε τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά

Γ. να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας και να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος στη θέση  $x = 0.1\sqrt{7}\text{m}$

Δ. να υπολογίσετε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης

Για τις πράξεις να θεωρήσετε ότι  $\pi^2=10$ .

**X 1.84:** Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος μάζας 2kg που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



A. να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης

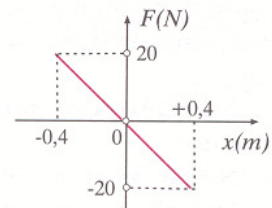
B. να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα και να σχεδιάσετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις σε βαθμολογημένους άξονες.

Γ. να υπολογίσετε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης και να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας της κίνησης του σώματος.

Δ. να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας τις χρονικές στιγμές όπου η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι 40J.

Για τις πράξεις να θεωρήσετε ότι  $\pi^2=10$ .

**X 1.85:** Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ένα σώμα μάζας 0.5kg που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του από τη ΘΙ. Τη στιγμή  $t=0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x=+0.2\text{m}$  κινούμενο προς τη θέση ισορροπίας του.



A. να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς και τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης

B. να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης

Γ. να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της ταλάντωσης

Δ. να βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι 5N.

**X 1.88:** Σώμα μάζας 0.2kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση συχνότητας  $\pi\text{Hz}$  και πλάτους A. Μέσω του έργου κατάλληλης μεταβλητής δύναμης αυξάνουμε την ενέργεια ταλάντωσης κατά 17.6J, οπότε το πλάτος ταλάντωσης αυξάνεται κατά  $\Delta A=0.2\text{m}$ .

A. να υπολογίσετε το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης

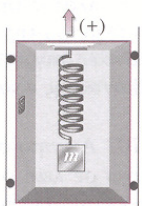
B. αν τη χρονική στιγμή  $t=0$  το σώμα διέρχεται από τη θέση  $x=+0.6A$  της νέας ταλάντωσης του με θετική ταχύτητα, να βρείτε την αρχική φάση της ταλάντωσης

Γ. να γράψετε για τη νέα ταλάντωση την εξίσωση της απομάκρυνσης και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο

Δ. να υπολογίσετε τη απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙ του, όταν η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με την κινητική.

Για τις πράξεις να θεωρήσετε ότι  $\pi^2=10$ .

**X 1.100:** Ο ανελκυστήρας του σχήματος ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u=1\text{m/s}$ . Στην οροφή του είναι δεμένο το ένα άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας 1kg. Κάποια χρονική στιγμή που θεωρούμε ως  $t=0$ , ο ανελκυστήρας σταματάει απότομα.



A. να αποδείξετε ότι το σώμα μετά τη χρονική στιγμή  $t=0$  θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση

B. να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης και να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης

Γ. να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος

Δ. να παραστήσετε τη δύναμη επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη ΘΙ του.

**Π 1.135:** Μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενέργειας  $E=8\text{J}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  διέρχεται από τη θέση  $x_1=+0.2\text{m}$  με θετική ταχύτητα ( $u>0$ ). Η απόσταση μεταξύ μιας ακραίας θέσης του και της θέσης ισορροπίας ισούται με  $d=0.4\text{m}$  και διανύεται από το μικρό σώμα σε χρόνο  $\Delta t=0.25\text{s}$ .

A. να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης

B. να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο

Γ. να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του.

Δ. να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές που η απομάκρυνσή του από τη ΘΙ του ισούται με  $x_2=-0.2\sqrt{3}\text{m}$ .

**Π 1.157:** Σώμα μάζας  $2\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενέργειας  $E=40\text{J}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  διέρχεται με θετική ταχύτητα από σημείο Z της τροχιάς του που απέχει απόσταση  $d_1=0.3\text{m}$  από τη θέση μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσης. Η συχνότητα μεγιστοποίησης της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος ισούται με  $f_1=10\text{Hz}$ .

A. να υπολογίσετε την ελάχιστη χρονική διάρκεια κίνησης του σώματος από τη ΘΙ του με θετική ταχύτητα στην ακραία θετική του θέση

B. να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος

Γ. να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει για πρώτη φορά στην ακραία αρνητική του θέση

Δ. να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος καθώς και το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης του τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

Για τις πράξεις να θεωρήσετε ότι  $\pi^2=10$ .