Α΄ Λυκείου

24 Απριλίου 2004

Θεωρητικό Μέρος

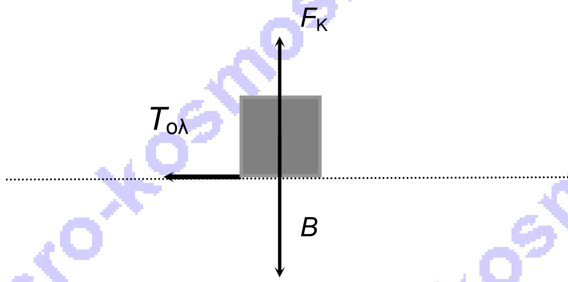
Θέμα 1ο

Α.

Στον πίνακα δίνονται οι τιμές ταχύτητας - χρόνου για ένα κινούμενο αντικείμενο με μάζα m = 10 Kg. Το αντικείμενο κινείται προς τα δεξιά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και δέχεται τις δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα. Βρείτε τα μέτρα αυτών των δυνάμεων. (g = 10 m/s^2).

Εξηγείστε πλήρως την απάντησή σας.

ΧΡΟΝΟΣ (s)	ΤΑΧΥΤΗΤΑ (m/s)
0,0	16
0,5	14
1,0	12
1,5	10
2,0	8
2,5	6
3,0	4



Β.

Σώμα μάζας 5 kg κινείται σε λεία επιφάνεια με ταχύτητα 6 m/s προς τα δεξιά. Μια σταθερή δύναμη εφαρμόζεται για 3 s, δίνοντας στο σώμα τελική ταχύτητα 12 m/s προς τα αριστερά. Η εφαρμοζόμενη δύναμη ήταν:

α. 10 N προς τα αριστερά.

β. 10 N προς τα δεξιά.

γ. 20 N προς τα αριστερά.

δ. 30 N προς τα αριστερά.

ε. 30 N προς τα δεξιά.

Εξηγείστε πλήρως την απάντησή σας.

Γ.

Ένας μαθητής βρίσκεται ακίνητος πάνω στην επιφάνεια μιας μικρής παγωμένης λίμνης και κρατά στα χέρια του ένα σχοινί μήκους 10 m, στην μία άκρη του οποίου είναι δεμένος ένας σιδερένιος γάντζος. Στην όχθη της λίμνης υπάρχει στερεωμένος στο έδαφος ένας κατακόρυφος στύλος που απέχει από τον μαθητή 10 m.

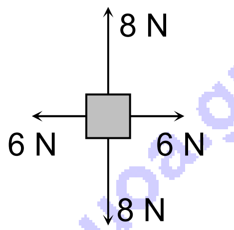
Ο μαθητής επιθυμώντας να βγει έξω από τη λίμνη προβληματίζεται ανάμεσα στις παρακάτω επιλογές:

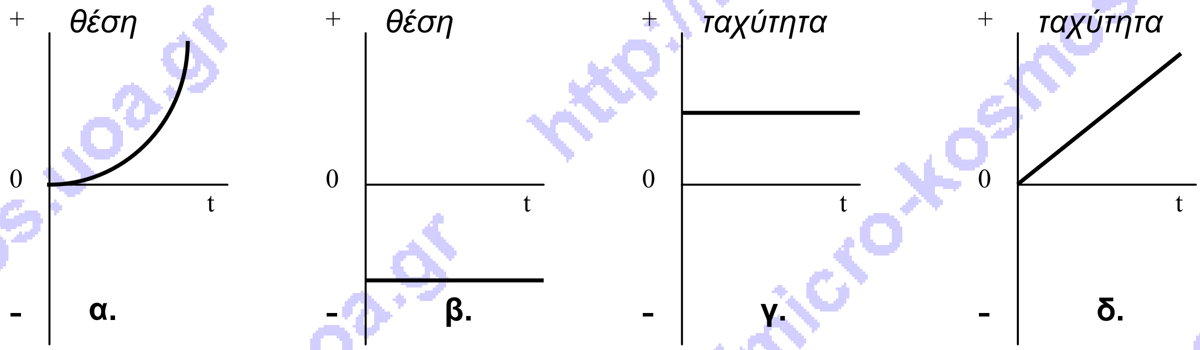
1. να πετάξει με κατάλληλο τρόπο τον γάντζο προς τον στύλο, ώστε μόλις αυτός γαντζωθεί στον στύλο, να τον τραβήξει και να βγει έξω.

2. να πετάξει πάνω στην επιφάνεια της λίμνης τον γάντζο με το δεξί του χέρι, χωρίς να κρατά την ελεύθερη άκρη του σχοινιού.
3. να πετάξει πάνω στην επιφάνεια της λίμνης τον γάντζο με το δεξί του χέρι, κρατώντας την ελεύθερη άκρη του σχοινιού με το αριστερό του, ώστε μόλις το σχοινί τεντωθεί, να τον παρασύρει ο γάντζος με τη «φόρα» που θα` χει αποκτήσει και να τον βγάλει έξω από τη λίμνη

Δ.

Μελετήστε το σχήμα και τις γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου και ταχύτητας-χρόνου που παρατίθενται παρακάτω. Ποια ή ποιες από τις γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να αντιστοιχεί στην κίνηση του αντικειμένου που απεικονίζεται στο σχήμα και εξηγήστε γιατί οι άλλες παραστάσεις είναι λάθος.





Ε.

Μια μπάλα του γκολφ κινείται ευθύγραμμα με ορμή μέτρου 1 Kg·m/s και πέφτει πάνω σε ακίνητη μπάλα του μπόουλινγκ που είναι ελεύθερη να κινηθεί. Μετά τη σύγκρουση η μπάλα του γκολφ αναπηδά προς τα πίσω. Η μπάλα του μπόουλινγκ αμέσως μετά την σύγκρουση θα κινηθεί με ορμή μέτρου:

α. μικρότερου από 1 Kg·m/s

β. ίση με 1 Kg·m/s

γ. μεγαλύτερη από 1 Kg·m/s

δ. δεν έχουμε αρκετές πληροφορίες.

Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

Α.

Από τις τιμές επιτάχυνσης- χρόνου διαπιστώνουμε το αντικείμενο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, με επιτάχυνση μέτρου a= 4 m/s^2. Το βάρος του είναι Β = mg => B = 100N, η κάθετη δύναμη στήριξης F_k θα είναι αντίθετη με το βάρος αφού το αντικείμενο ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα, δηλαδή F_k = 100N. Σύμφωνα με τον 2^o νόμο του

Νεύτωνα η τριβή ολίσθησης που είναι και η συνισταμένη δύναμη θα είναι: $T_{ολ} = ma$ δηλαδή $T_{ολ} = 40$N.

Β.

Σωστή απάντηση είναι η δ. Γιατί $\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{P}}{\Delta t}$ οπότε επιλέγοντας θετική κατεύθυνση προς τα αριστερά $F = \dfrac{mu_{τελ} + mu_{αρχ}}{\Delta t}$ και $F = 30$N

Γ.

1. Ο μαθητής μόλις πετάξει τον γάντζο, θα κινηθεί με αντίθετη φορά οπότε ο γάντζος δεν θα φθάσει στο στύλο διότι ο μαθητής θα έχει ήδη απομακρυνθεί απ` αυτό και θα απέχει περισσότερο από 10 m, πού είναι το μήκος του σχοινιού.
2. Ο μαθητής μόλις πετάξει τον γάντζο, θα κινηθεί με αντίθετη φορά και συνεπώς θα βγει έξω από τη λίμνη, αυτή είναι και η σωστή επιλογή.
3. Ο μαθητής, θα κινηθεί με αντίθετη φορά από αυτή που θα πετάξει το γάντζο ώστε η ολική ορμή του συστήματος γάντζος- μαθητής να παραμείνει ίση με την αρχική, δηλαδή ίση με μηδέν, μόλις το σχοινί τεντωθεί οι ταχύτητες και του γάντζου και του παρατηρητή θα αναστραφούν, ώστε η ορμή του συστήματος να παραμείνει ίση με μηδέν.

Δ.

Αφού $\boldsymbol{F}_{ολ} = 0$. Σύμφωνα με τον $1^{ο}$ νόμο του Νεύτωνα το σώμα ή θα είναι ακίνητο οπότε σωστή θα είναι η β, ή θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση οπότε σωστή θα είναι η γ. Οι α και δ αντιστοιχούν σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οπότε είναι λανθασμένες.

Ε.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής προκύπτει ότι σωστή είναι η γ.

Θέμα 2^{ο} ''Η ΝΕΑ ΤΑΙΝΙΑ ΠΕΡΙΠΕΤΕΙΑΣ''

Λόγω του επιπέδου των γνώσεών σας στη φυσική, σας προσέλαβαν ως τεχνικό σύμβουλο στην νέα ταινία περιπέτειας. Σε κάποια σκηνή, ο πρωταγωνιστής και η φίλη του, που έχει τα 2/3 του βάρους του (μαζί με τα σκι, τις μπότες, και όλο τον εξοπλισμό της), κάνουν σκι στις Ελβετικές Άλπεις. Η κοπέλα κατεβαίνει την πλαγιά ενώ ο πρωταγωνιστής στέκεται στην κορυφή της πλαγιάς για να φτιάξει τις μπότες του. Η κοπέλα διανύει μια κατακόρυφη απόσταση 20 m και σταματά χρησιμοποιώντας τα μπαστούνια του σκι, για να τον περιμένει, τότε κάποιοι ετοιμάζονται να της επιτεθούν. Ο πρωταγωνιστής βλέπει τι γίνεται και κάνοντας όσο λιγότερο θόρυβο αφού αφήνει τα μπαστούνια του σκι, αρχίζει να κατεβαίνει την πλαγιά κατευθυνόμενος κατά πάνω της. Αρπάζει την κοπέλα σηκώνοντάς την στα χέρια του και οι δυο μαζί συνεχίζουν να κατεβαίνουν την πλαγιά. Αφού φτάσουν στο κατώτερο σημείο της πλαγιάς συνεχίζουν να ανεβαίνουν μια δεύτερη πλαγιά οπότε και φτάνουν στην κορυφή της όπου είναι ασφαλείς. Ο σεναριογράφος σας ζητά να υπολογίσετε το μέγιστο δυνατό ύψος που πρέπει να έχει ο δεύτερος λόφος σε σχέση με το σημείο όπου ο πρωταγωνιστής άρπαξε την κοπέλα. Οι τριβές κατά την κίνηση στο χιόνι μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες και g = 10 m/s^2.

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

Από το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας βρίσκουμε την ταχύτητα του πρωταγωνιστή λίγο πριν την σύγκρουση. $\upsilon = \sqrt{2gh}$ όπου h = 20m

Από την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα πρωταγωνιστής - κοπέλα έχουμε:

$$m\upsilon = 5/3\, m\upsilon_{κοιν} \qquad \text{οπότε: } \upsilon_{κοιν} = \frac{3}{5}\upsilon = \frac{3}{5}\sqrt{2gh}\ .$$

Από το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το ζευγάρι έχουμε:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}m\,\upsilon^2 = \frac{5}{3}mgH \qquad \text{οπότε } H = \frac{9}{25}h \quad \text{δηλαδή: } H = 7{,}2\text{ m.}$$

Θέμα 3ο ''ΤΡΑΒΩΝΤΑΣ ΑΠΟΤΟΜΑ ΤΟ ΤΡΑΠΕΖΟΜΑΝΤΙΛΟ''

Ένα πώμα από μπουκάλι ηρεμεί σε απόσταση δ = 0,25 m από τη μια άκρη ενός τραπεζιού μήκους 2 m. Το τραπέζι είναι σκεπασμένο με τραπεζομάντιλο, του οποίου οι διαστάσεις είναι ακριβώς όσο και η επιφάνεια του τραπεζιού. Ξαφνικά τραβάμε οριζόντια το τραπεζομάντιλο με επιτάχυνση α = 8 m/s^2.

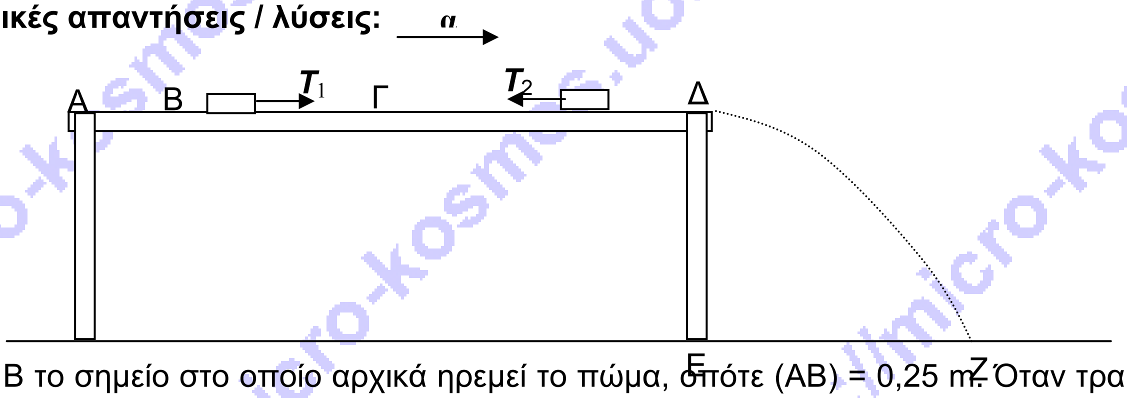
Όταν το πώμα διανύσει απόσταση 0,75 m παύει να πατά πλέον στο τραπεζομάντιλο και αρχίζει να ολισθαίνει στο τραπέζι. Αφού ολισθήσει στο τραπέζι για άλλο 1 m το εγκαταλείπει και πέφτει στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση 0,8 m, από το σημείο που εγκατέλειψε το τραπέζι.

Δίνονται ακόμη g = 10 m/s^2, το ύψος του τραπεζιού h = 0,80 m και οι διαστάσεις του πώματος αμελητέες. Να βρεθούν οι συντελεστές τριβής

(Α) μεταξύ πώματος και τραπεζομάντιλου

(Β) μεταξύ πώματος και επιφάνειας του τραπεζιού

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:



Έστω Β το σημείο στο οποίο αρχικά ηρεμεί το πώμα, οπότε (ΑΒ) = 0,25 m. Όταν τραβήξουμε το τραπεζομάντιλο η τριβή T_1 μεταξύ αυτού και του πώματος, θα είναι η δύναμη που επιταχύνει το πώμα. Η επιτάχυνση του πώματος θα είναι μικρότερη από αυτή του τραπεζομάντιλου, συνεπώς όταν το πώμα διανύσει απόσταση (ΒΓ) = 0,75 m, το τραπεζομάντιλο θα έχει διανύσει απόσταση (ΑΓ) = 1 m. Στη θέση Γ το πώμα έρχεται πλέον σε επαφή με την επιφάνεια του τραπεζιού. Το πώμα συνεχίζει να ολισθαίνει επιβραδυνόμενο για απόσταση (ΓΔ) = 1 m υπό την επίδραση της τριβής T_2 μεταξύ αυτού και της επιφάνειας του τραπεζιού. Στη συνέχεια το πώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Αν t_1 είναι ο χρόνος από τη στιγμή που αρχίζουμε να τραβάμε το τραπεζομάντιλο μέχρι το πώμα να φτάσει στο Γ, θα έχουμε για την κίνηση του τραπεζομάντιλου

$(\text{ΑΓ}) = \frac{1}{2}\alpha t_1^2$ όπου (ΑΓ) = 1 m και α = 8 m/s², οπότε t_1 = 0,5 s

Για την κίνηση του πώματος από το Β ως το Γ έχουμε:

$(\text{ΒΓ}) = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2$ όπου (ΒΓ) = 0,75 m και t_1 = 0,5 s, συνεπώς α_1 = 6 m/s²

Όμως $T_1 = m\alpha_1$ ή $\mu_1 mg = m\alpha_1$, οπότε $\alpha_1 = \mu_1 g$ και άρα $\mu_1 = 0{,}6$

Η ταχύτητα του πώματος στο Γ είναι $\upsilon_\Gamma = \alpha_1 t_1$ = 3m/s.

Έστω ότι το πώμα εγκαταλείπει το τραπέζι με οριζόντια ταχύτητα υ_Δ. Από την οριζόντια βολή η οποία διαρκεί έστω t_3 έχουμε: $h = \frac{1}{2}g t_3^2$ άρα t_3 = 0,4s

και (ΕΖ) = $\upsilon_\Delta\, t_3$, όπου (ΕΖ) = 0,8 m, άρα υ_Δ = 2 m/s

Για την κίνηση του πώματος από το Γ ως το Δ έχουμε: $T_2 = \mu_2 mg = m\alpha_2$ ή $\alpha_2 = \mu_2 g$

$$\upsilon_\Delta = \upsilon_\Gamma - \alpha_2 t_2 = \upsilon_\Gamma - \mu_2 g\, t_2$$

$$(\Gamma\Delta) = \upsilon_\Gamma t_2 - \frac{1}{2}\alpha_2 t_2^2 = \upsilon_\Gamma t_2 - \frac{1}{2}\mu_2 g t_2^2$$

Με απαλοιφή του χρόνου από τις δύο τελευταίες σχέσεις βγαίνει μ_2 =0,25

Μπορούσαμε να εφαρμόσουμε και το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για την κίνηση του πώματος στο (ΓΔ) και να βρούμε πιο σύντομα το αποτέλεσμα.

<u>Πειραματικό Μέρος</u> ''Η ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΑΕΡΑ''

Ένας εκπαιδευτικός, που διδάσκει τους μαθητές του Φυσική και Τεχνολογία, συζητώντας μαζί τους, διαπίστωσε ότι αρκετοί από αυτούς είχαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την αεροδυναμική και τις επιδόσεις των αυτοκινήτων. Ο καθηγητής απευθυνόμενος στους μαθητές του, είπε: «Όλοι θα έχετε παρατηρήσει ότι η αντίσταση του αέρα εξαρτάται από την ταχύτητα. Βγάζοντας το χέρι σας από το παράθυρο του αυτοκινήτου, διαπιστώνετε εύκολα ότι με την αύξηση της ταχύτητας του αυτοκινήτου μεγαλώνει και η αντίσταση από τον αέρα στο χέρι σας.» Αφού υπενθύμισε στους μαθητές του ότι ανάλογα είναι τα μεγέθη που έχουν σταθερό πηλίκο, συνέχισε θέτοντας στους μαθητές της ομάδας αυτής το παρακάτω ερευνητικό ερώτημα: Η αντίσταση του αέρα αυξάνει ανάλογα με την ταχύτητα ή ανάλογα με το τετράγωνο της; Μήπως δεν ισχύει ούτε το ένα ούτε το άλλο;

Οι μαθητές μετά από συζήτηση διατύπωσαν την υπόθεση ότι η δύναμη από τον αέρα πάνω σε ένα κινούμενο σώμα είναι ανάλογη με την ταχύτητα του σώματος.

Για να ελέγξουν την υπόθεση τους οι μαθητές σχεδίασαν και εκτέλεσαν το παρακάτω πείραμα:

Με διαβήτη χάραξαν ένα κύκλο ακτίνας R πάνω σε χαρτόνι και με ψαλίδι έκοψαν τον αντίστοιχο κυκλικό δίσκο.

Με ένα ζυγό ακριβείας μέτρησαν τη μάζα του δίσκου αυτού $m = 24$ g .

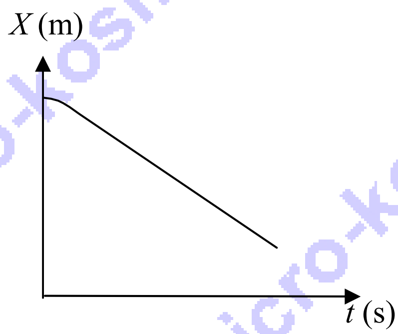
Κατόπιν έκοψαν άλλους επτά ίδιους δίσκους.

Άνοιξαν μια μικρή οπή στο κέντρο κάθε κυκλικού δίσκου και πέρασαν μια πετονιά, μέσα από αυτή.

Έδεσαν ένα βαρίδι στο κάτω άκρο της πετονιάς και στερέωσαν την κορυφή της σε σταθερό σημείο, ώστε αυτή να είναι κατακόρυφη και τεντωμένη.

Κάτω από το βαρίδι τοποθέτησαν ένα αισθητήρα θέσης* και τον συνέδεσαν, μέσω της κονσόλας διασύνδεσής του, με Ηλεκτρονικό Υπολογιστή.

Άφησαν τον πρώτο κυκλικό δίσκο να πέσει από την κορυφή της πετονιάς που βρισκόταν σε ύψος 2 m από τον αισθητήρα θέσης, ενεργοποιώντας ταυτόχρονα τον αισθητήρα από τον υπολογιστή. Τα ζεύγη των τιμών θέσης - χρόνου εμφανίζονταν στην οθόνη του Η/Υ.

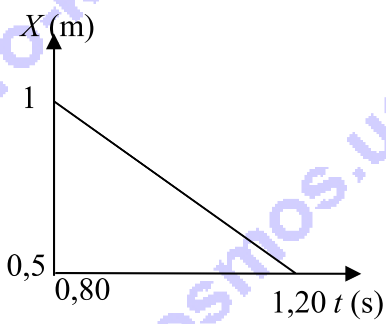


Το διάγραμμα θέσης - χρόνου που εμφανιζόταν ταυτόχρονα είχε την παρακάτω μορφή:

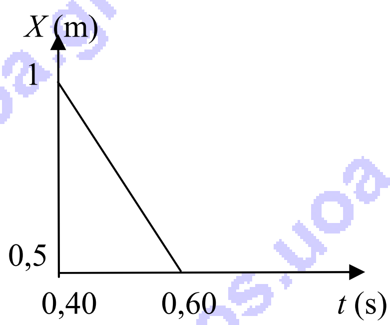
Επανέλαβαν, προσθέτοντας κάθε φορά ένα επιπλέον δίσκο. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής τους έδινε την δυνατότητα, να εστιάσουν σε οποιοδήποτε τμήμα των διαγραμμάτων που προέκυπταν.

Τρεις από τις εστιάσεις αυτές φαίνονται στα ακόλουθα διαγράμματα θέσης χρόνου:

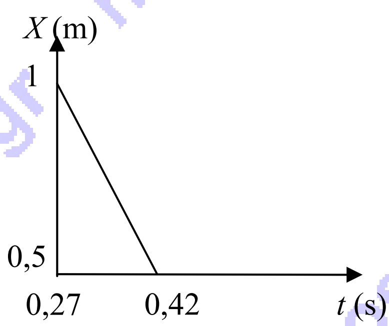
(Για ένα δίσκο)



(Για τέσσερις δίσκους)



(Για οκτώ δίσκους)



* Με τον όρο αισθητήρα εννοούμε συσκευή ή διάταξη με την οποία ο Η/Υ "αισθάνεται" ή μετρά φυσικές ποσότητες του περιβάλλοντος, όπως θερμοκρασία, πίεση, απόσταση κλπ. Στην περίπτωση που μελετάμε με τον αισθητήρα θέσης και το κατάλληλο λογισμικό καταγράφονται οι τιμές της θέσης του δίσκου (απόστασης από τον αισθητήρα) σε κάθε χρονική στιγμή. Επίσης ταυτόχρονα με την εξέλιξη του φαινομένου δημιουργείται και παρουσιάζεται στην οθόνη και το διάγραμμα θέσης-χρόνου.

Σας ζητάμε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

1) Τι κίνηση εκτελούν τελικά οι δίσκοι; Δικαιολογήστε την απάντησή σας και εξηγείστε πως προκύπτει αυτή η κίνηση.
2) Βρείτε το μέτρο της αντίστασης από τον αέρα σε κάθε μια από τις τρεις περιπτώσεις αν σας δίνεται ότι g = 9,8 m/s^2.
3) Επαληθεύεται η υπόθεση, ότι η αντίσταση από τον αέρα είναι ανάλογη της ταχύτητας ή του τετραγώνου της ταχύτητας ή μήπως δεν ισχύει τίποτα από όλα αυτά; Εξηγείστε πλήρως την απάντησή σας.
4) Αν η αντίσταση από τον αέρα μεταβάλλεται ανάλογα με την ταχύτητα ή το τετράγωνό της, να υπολογίσετε την αντίστοιχη σταθερά αναλογίας.

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

1) Όπως φαίνεται από τη μορφή του διαγράμματος θέσης χρόνου, οι δίσκοι πολύ γρήγορα (σχεδόν αμέσως) αποκτούν σταθερή ταχύτητα. Η κίνησή τους τελικά είναι ευθύγραμμη ομαλή.
Με το που αφήνεται ο δίσκος λόγω του βάρους του επιταχύνεται. Με την αύξηση της ταχύτητας αυξάνεται η αντίσταση του αέρα. Στο πολύ μικρό χρονικό διάστημα που το βάρος είναι μεγαλύτερο από την αντίσταση του αέρα ο δίσκος επιταχύνεται και η ταχύτητά του αυξάνεται. Επειδή όμως η συνισταμένη δύναμη μειώνεται θα μειώνεται και η επιτάχυνσή του. Μέχρι η αντίσταση του αέρα να γίνει ίση με το βάρος τότε η επιτάχυνση μηδενίζεται και ο δίσκος αποκτά την οριακή του (σταθερή) ταχύτητα. Επειδή το βάρος του δίσκου είναι μικρό αυτό γίνεται σχεδόν αμέσως.
2) Η αντίσταση του αέρα θα είναι τελικά ίση με το βάρος των δίσκων σε κάθε περίπτωση, αφού αυτοί εκτελούν τελικά ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
Έτσι λοιπόν έχουμε:
Για ένα δίσκο, τελικά: $F_{αντ} = mg$ οπότε $F_{αντ}$ = 0,24 N
Για τέσσερις δίσκους τελικά: $F_{αντ} = 4mg$ οπότε $F_{αντ}$ = 0,94 N
Για οκτώ δίσκους τελικά: $F_{αντ} = 8mg$ οπότε $F_{αντ}$ = 1,9 N

3) Από τις τρεις εστιάσεις στα διαγράμματα θέσης χρόνου μπορούμε από την κλίση να υπολογίσουμε τις οριακές ταχύτητες σε κάθε περίπτωση. Έχουμε λοιπόν:
Για ένα δίσκο, τελικά: $υ_1 = \dfrac{1{,}0-0{,}5}{1{,}2-0{,}8}$ m/s δηλαδή $υ_1$ = 1,3 m/s
Για τέσσερις δίσκους τελικά: $υ_4 = \dfrac{1.0-0{,}5}{0{,}6-0{,}4}$ m/s δηλαδή $υ_4$ = 2,5 m/s
Για οκτώ δίσκους τελικά: $υ_8 = \dfrac{1{,}0-0{,}5}{0{,}42-0{,}27}$ m/s δηλαδή $υ_8$= 3,3 m/s
Υψώνουμε τις ταχύτητες στο τετράγωνο και υπολογίζουμε τα πηλίκα των δυνάμεων με τις αντίστοιχες ταχύτητες καθώς και με τα τετράγωνά τους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	$F_{αντ}$	$υ$	$υ^2$	$F_{αντ}/υ$	$F_{αντ}/υ^2$
Ένας δίσκος	0,24	1,3	1,7	0,18	0,14
Τέσσερις δίσκοι	0,94	2,5	6,3	0,38	0,15
Οκτώ δίσκοι	1,9	3,3	11	0,58	0,17

Αφού τα πηλίκα των αντιστάσεων του αέρα με τις αντίστοιχες ταχύτητες διαφέρουν αισθητά, οι αντίσταση του αέρα δεν είναι ανάλογη της ταχύτητας και συνεπώς δεν επαληθεύεται η υπόθεση των μαθητών. Παρατηρώντας τα πηλίκα των αντιστάσεων με τα τετράγωνα των ταχυτήτων βλέπουμε ότι δεν διαφέρουν πολύ. Έτσι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η αντίσταση του αέρα στην περίπτωση που μελετήσαμε είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας.

4) Η σταθερά αναλογίας θα είναι η μέση τιμή των πηλίκων $F_{αντ}/υ^2$ δηλαδή 0,153 $N{\cdot}s^2/m^2$