

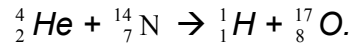
Γ' Λυκείου

7 Απριλίου 2002

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1°

- A.** Να υπολογίσετε την ελάχιστη κινητική ενέργεια στο σύστημα εργαστηρίου που απαιτείται ώστε ένα σωματίο α να προκαλέσει την αντίδραση:



Δίνεται ότι οι ατομικές μάζες των ${}^4_2\text{He}$, ${}^{14}_7\text{N}$, ${}^1_1\text{H}$, ${}^{17}_8\text{O}$ είναι αντίστοιχα: 4.00260u, 14,00307u, 1.00783u και 16.99913u και ότι $1\text{u}=931,48\text{ MeV}/c^2$

Συνοπτική απάντηση / λύση:

Η ενέργεια Q της αντίδρασης είναι ίση με:

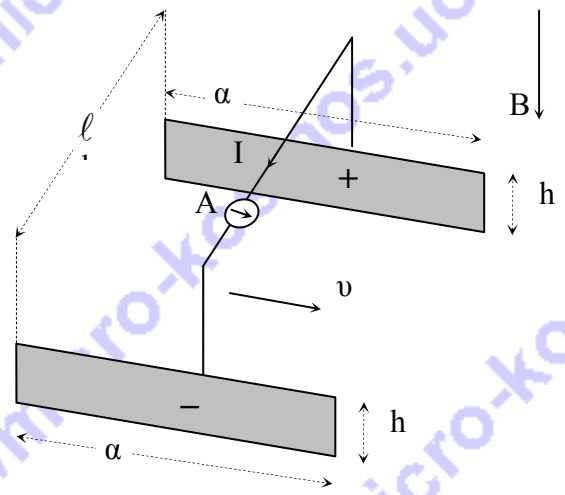
$$Q = \Delta M c^2 \quad \text{ή} \quad Q = (14,00307\text{ u} + 4,00260\text{ u} - 1,00783\text{ u} - 16,99913\text{ u}) c^2$$

$$\text{ή} \quad Q = -1,20\text{ MeV}$$

Η ελάχιστη κινητική ενέργεια K_{CM} , ως προς το σύστημα κέντρου μάζας, ώστε να μπορέσει να πραγματοποιηθεί η αντίδραση πρέπει να είναι 1,20 MeV. Έστω m_α και m_N οι μάζες του σωματιδίου α και του πυρήνα αζώτου αντίστοιχα. Επομένως η κινητική ενέργεια K_{LAB} του συστήματος ως προς το σύστημα του εργαστηρίου είναι:

$$K_{LAB} = \frac{m_\alpha + m_N}{m_N} K_{CM} \quad \text{ή} \quad K_{LAB} = \frac{4,00260 + 14,00307}{14,00307} 1,20\text{ MeV} \quad \text{ή}$$

$$K_{LAB} = 1,54\text{ MeV}$$

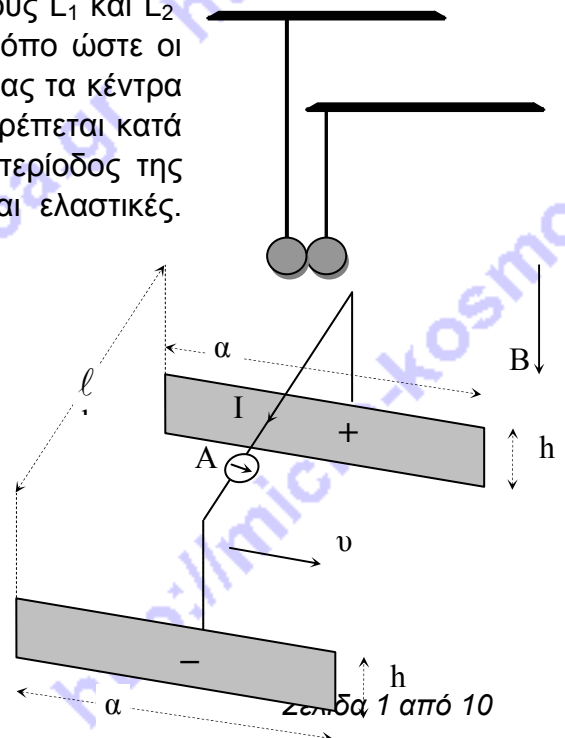


- B.** Δύο απλά εκκρεμή αποτελούμενα από νήματα μήκους L_1 και L_2 και σφαίρες ίδιας μάζας τοποθετούνται με τέτοιο τρόπο ώστε οι σφαίρες τους να εφάπτονται η μία με την άλλη έχοντας τα κέντρα τους στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Η δεξιά σφαίρα εκτρέπεται κατά μικρή γωνία και αφήνεται ελεύθερη. Να βρεθεί η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος, εάν οι κρούσεις είναι ελαστικές. Δίνονται: L_1 , L_2 και g .

Συνοπτική απάντηση / λύση:

Επειδή οι κρούσεις είναι ελαστικές και οι μάζες των σφαιρών ίσες, σε κάθε κρούση οι σφαίρες θα "ανταλλάσσουν" ταχύτητες με αποτέλεσμα η μία σφαίρα να παραμένει ακίνητη στη θέση ισορροπίας ενώ η άλλη εκτελεί ταλάντωση κινούμενη κατά ένα τεταρτοκύκλιο.

Η συνολική κίνηση που θα επαναλαμβάνεται περιοδικά αποτελείται διαδοχικές κινήσεις των σφαιρών. Κάθε σφαίρα θα κινείται για χρόνο ίσο με το



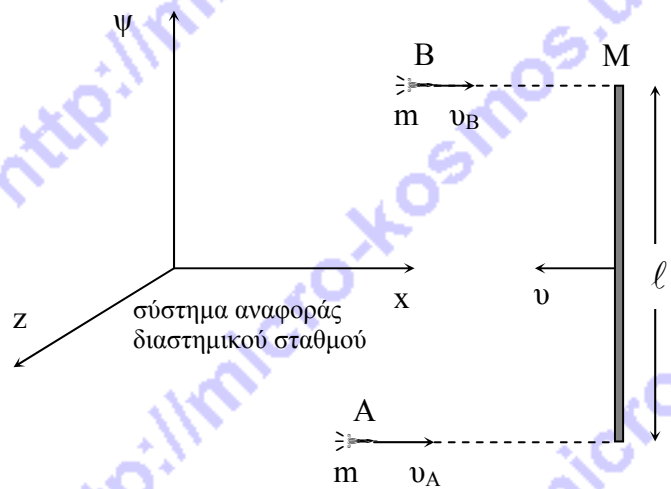
μισό της περιόδου της ταλάντωσης που θα έκανε αν πραγματοποιούσε πλήρη ταλάντωση.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$T_{ολ} = \frac{T_1 + T_2}{2} \Rightarrow T_{ολ} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} (\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})$$

Θέμα 2^ο

Μια μεγάλη λεπτή ομογενής ράβδος με μάζα $M=960 \text{ kg}$ και μήκος $\ell=15 \text{ m}$ κατευθύνεται προς ένα διαστημικό σταθμό με ταχύτητα μέτρου $u=2,5 \text{ m/s}$ (ως προς το σταθμό) χωρίς να περιστρέφεται. Δυο αστροναύτες αφού βγουν από τον διαστημικό σταθμό χρησιμοποιούν τους προωθητήρες τους και κινούνται προς το μέρος της επερχόμενης ράβδου. Όταν φθάνουν στη ράβδο οι προωθητήρες τους έχουν σβήσει και προσκολλώνται ταυτόχρονα στη ράβδο αρπάζοντας τα δύο άκρα της. Οι ταχύτητές τους λίγο πριν την προσκόλλησή τους είναι κάθετες στη ράβδο και έχουν μέτρα $u_A=7,5 \text{ m/s}$ και $u_B=2,5 \text{ m/s}$ ως προς το διαστημικό σταθμό. Η μάζα του κάθε αστροναύτη μαζί με τον εξοπλισμό είναι $m=120 \text{ kg}$.



- α) Να βρεθεί η ταχύτητα ως προς το διαστημικό σταθμό του κέντρου μάζας του συστήματος ράβδος-αστροναύτες u_{KM} μετά την προσκόλληση των αστροναυτών.
- β) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των αστροναυτών ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας ράβδος-αστροναύτες και η στροφορμή του συστήματος αυτού ως προς το κέντρο μάζας του λίγο πριν την επαφή των αστροναυτών στη ράβδο.
- γ) Μετά την προσκόλληση των αστροναυτών ποια η περίοδος της περιστροφής του συστήματος ράβδος-αστροναύτες;

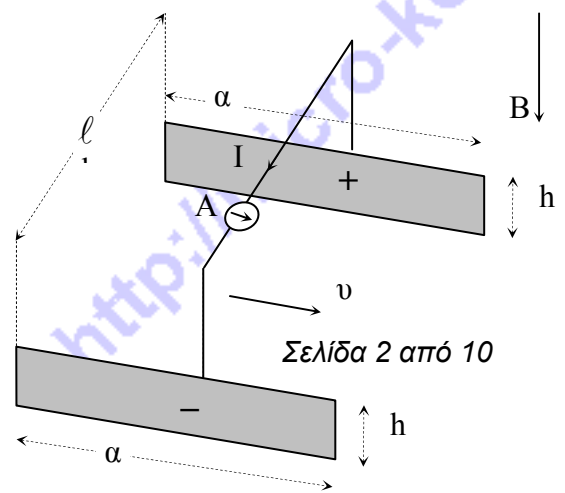
δ) Πόση η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την προσκόλληση;

Δίνεται η ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{\text{ράβδου}} = \frac{1}{12} M \ell^2$.

Να θεωρήσετε θετική τη φορά κίνησης των αστροναυτών, αμελητέα κάθε βαρυτική αλληλεπίδραση και τους αστροναύτες ως υλικά σημεία.

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

Γ' Λυκείου



α) Επειδή στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις θα διατηρείται η ορμή του, δηλαδή:

$$m u_A + m u_B - M u_{\text{ΚΜ}} = (2m + M) u_{\text{ΚΜ}} \Rightarrow u_{\text{ΚΜ}} = \frac{(u_A + u_B)m - M u}{2m + M}$$

$$\Rightarrow u_{\text{ΚΜ}} = \frac{(7,5 + 2,5)120 - 960 \cdot 2,5}{2 \cdot 120 + 960} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{\text{ΚΜ}} = \frac{1200 - 2400}{1200} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \Rightarrow u_{\text{ΚΜ}} = -1 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

β) Το κέντρο μάζας του συστήματος λίγο πριν την επαφή συμπίπτει με το κέντρο μάζας της ράβδου επειδή οι μάζες των αστροναυτών είναι ίσες. Δηλαδή βρίσκεται στο μέσον της ράβδου.

Οι ταχύτητες των αστροναυτών ως προς το κέντρο μάζας θα είναι:

$$\bar{u}'_A = \bar{u}_A - \bar{u}_{\text{ΚΜ}} \text{ και } \bar{u}'_B = \bar{u}_B - \bar{u}_{\text{ΚΜ}}$$

από τις οποίες έχουμε:

$$\bar{u}'_A = 7,5 - (-1) \text{ (m/s)} \Rightarrow \bar{u}'_A = 8,5 \text{ (m/s)}$$

και:

$$\bar{u}'_B = 2,5 - (-1) \Rightarrow \bar{u}'_B = 3,5 \text{ (m/s)}$$

Η στροφορμή του συστήματος ως προς το κέντρο μάζας λίγο πριν την προσκόλληση θα είναι:

$$\bar{L}_{\text{συστ}} = \bar{L}_{\text{ράβδου}} + \bar{L}_A + \bar{L}_B, \text{ δηλαδή:}$$

$$L_{\text{συστ}} = 0 + m u'_A \frac{\ell}{2} - m u'_B \frac{\ell}{2} \Rightarrow L_{\text{συστ}} = m \frac{\ell}{2} (u'_A - u'_B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{\text{συστ}} = \frac{120 \cdot 15}{2} (8,5 - 3,5) \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s)} \Rightarrow L_{\text{συστ}} = 60 \cdot 15 \cdot 5 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_{\text{συστ}} = 4500 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s)}$$

γ) Επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές θα διατηρείται η στροφορμή του συστήματος. Έτσι:

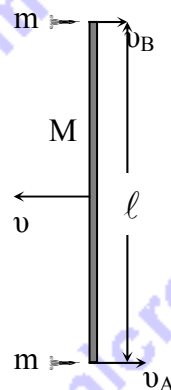
$$\bar{L}_{\text{συστ ΠΡΙΝ}} = \bar{L}_{\text{συστ ΜΕΤΑ}}, \text{ δηλαδή: } L_{\text{συστ ΠΡΙΝ}} = I \cdot \omega$$

Όμως η ροπή αδράνειας I του συστήματος ως προς το κέντρο μάζας θα είναι:

$$I = I_{\text{ράβδου}} + m \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + m \left(\frac{\ell}{2} \right)^2, \text{ δηλαδή:}$$

$$I = \frac{1}{12} M \ell^2 + 2m \frac{\ell^2}{4} \Rightarrow I = \frac{1}{12} M \ell^2 + m \frac{\ell^2}{2} \Rightarrow I = \frac{\ell^2 (M + 6m)}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{15^2 (960 + 6 \cdot 120)}{12} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2) \Rightarrow I = \frac{1680 \cdot 225}{12} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2) \Rightarrow I = 31500 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2).$$



Οπότε:

$$\omega = \frac{L_{\text{συστ ΠΡΙΝ}}}{I} \text{ και } \omega = \frac{4500}{31500} \text{ (rad/s)} \Rightarrow \omega = \frac{45}{315} \text{ (rad/s)} \Rightarrow \omega = \frac{1}{7} \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Η περίοδος } T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 14\pi \text{ (s)}$$

Παρατήρηση: Η περιστροφή θα γίνεται ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο xOψ. Είναι αδύνατον να περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από άλλο σημείο διότι τότε το κέντρο μάζας της ράβδου που είναι και κέντρο μάζας του σώματος μετά την προσκόλληση δεν θα συνέχιζε να κινείται ομαλά με $u_{\text{ΚΜ}}$ που θα σήμαινε ότι θα έπρεπε να υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις.

δ) Η απώλεια μηχανικής ενέργειας θα είναι $E = K_{\text{συστ ΑΡΧ}} - K_{\text{συστ ΤΕΛ}}$

$$E = \frac{1}{2} M u^2 + \frac{1}{2} m u_A^2 + \frac{1}{2} m u_B^2 - \frac{1}{2} M u_{\text{ΚΜ}}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} M u^2 + \frac{1}{2} m (u_A^2 + u_B^2) - \frac{1}{2} (M + 2m) u_{\text{ΚΜ}}^2 - \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 960 \cdot \frac{25}{4} + \frac{1}{2} \left(\frac{225}{4} + \frac{25}{4} \right) - \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 1 - \frac{1}{2} \frac{31500}{49}$$

$$E = 3000 + 3750 - 600 - 321,43$$

$$E = 5828,57 \text{ (J)}$$

Θέμα 3^ο

Τοποθετήστε τη μύτη του στυλό σας σε μία κόχη του νυχιού σας και κρατήστε το κατακόρυφο. Αμέσως μετά αφήστε το να πέσει.

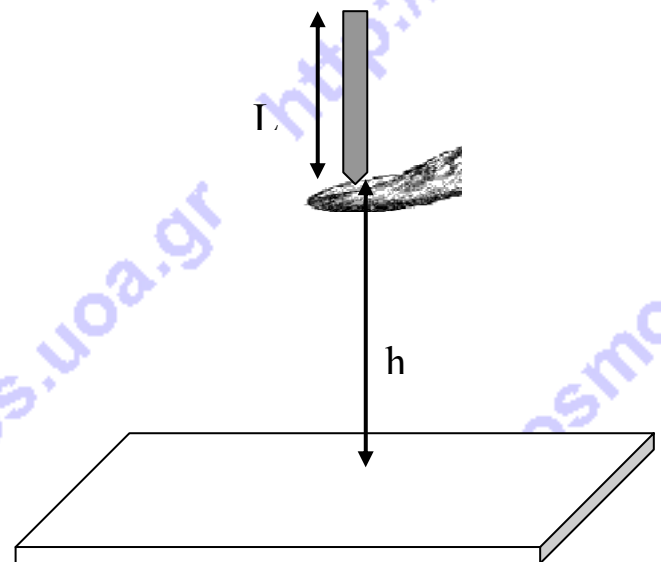
1. Από ποιο ελάχιστο ύψος h πάνω από το θρανίο πρέπει να το αφήσετε ώστε να χτυπήσει το θρανίο κατακόρυφα.

2. Σε ποιο σημείο του θρανίου θα χτυπήσει το άνω άκρο του στυλό και με ποια ταχύτητα;

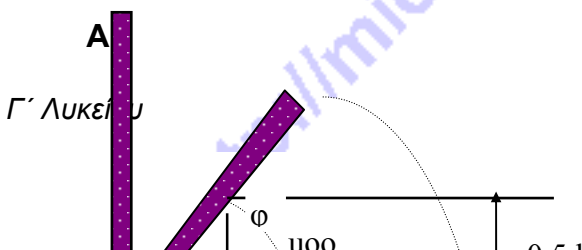
Δίνονται: ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας K του στυλό σας που το θεωρούμε ότι είναι το μέσο του $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot L^2$ L =μήκος του

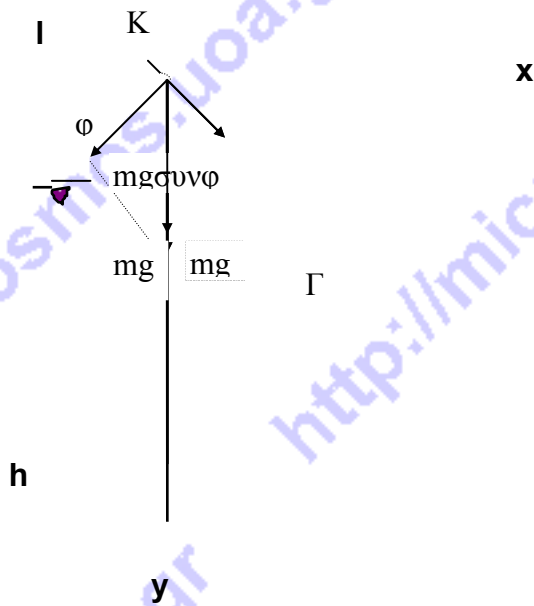
στυλό σας και m = η μάζα του,

$L=12 \text{ cm}$, $g=10 \text{ m/s}^2$, $\text{συνφ} = 0,6$ όπου $\varphi=53^\circ$ ή $\varphi=0,927 \text{ rad}$.



Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:





Η ροπή αδράνειας του στυλό σας ως προς το άκρο του είναι : $I = I_{cm} + m \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} ml^2$

Από αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε :

$$E_{μηχ, αρχ} = E_{μηχ, τελ} \quad \text{ή} \quad mg \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \sigma \nu \nu \phi \right) = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \Rightarrow mg \frac{l}{2} (1 - \sigma \nu \nu \phi) = \frac{1}{6} m \omega^2$$

Η ταχύτητα της μύτης όταν χάνεται η επαφή με το χέρι μας είναι μηδέν. Η περιστροφή γινότανε μέχρι εκείνη τη στιγμή γύρω από τη μύτη του στυλό. Επομένως η ταχύτητα του μέσου του στυλού είναι $u_0 = \omega \cdot l/2$; άρα $\omega = \frac{2u_0}{l}$ και έτσι έχουμε:

$g \cdot (1 - \sigma \nu \nu \phi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot u_0^2}{l}$ Τη στιγμή που χάνεται η επαφή με το νύχι μας ενεργεί στο στυλό μόνο το βάρος mg που η συνιστώσα κατά τη διεύθυνση της ράβδου θα είναι η κεντρομόλος

δύναμη. Έτσι έχουμε: $mg \sigma \nu \nu \phi = m u_0^2 / r$ όπου $r = l/2$ η απόσταση του κέντρου μάζας Κ από το κέντρο περιστροφής που είναι η μύτη του στυλό. Συνδιάζοντας με την παραπάνω

σχέση έχουμε : $mg \sigma \nu \nu \phi = \frac{2m}{l} \cdot \frac{3lg}{4} (1 - \sigma \nu \nu \phi) \Rightarrow \sigma \nu \nu \phi = 0,6 \Rightarrow \phi = 0,927 \text{ rad}$

$$\eta \mu^2 \phi = 1 - \sigma \nu \nu^2 \phi = 0,64 \Rightarrow \eta \mu \phi = 0,8$$

Έτσι η ταχύτητα είναι

$$u_0 = \sqrt{\frac{l \cdot g \sigma \nu \nu \phi}{2}} = \sqrt{0,3l \cdot g} = 0,6m/s \quad \text{και η γωνιακή ταχύτητα} \quad \omega = \frac{2u_0}{l} = 10 \text{ rad/s}$$

Οι συνιστώσες της ταχύτητας είναι $u_{0x} = u_0 \cdot \sigma \nu \nu \phi = 0,36 \text{ m/s}$, $u_{0y} = u_0 \cdot \eta \mu \phi = 0,48 \text{ m/s}$.

Η γωνία που θα στραφεί το στυλό για να γίνει κατακόρυφο είναι $\theta = \pi - \phi = 3,14 - 0,927 = 2,21 \text{ rad}$

επειδή $\theta = \omega \cdot t$ έχουμε $t = \theta / \omega = 2,21 / 10 = 0,221 \text{ s}$

Το κέντρο μάζας Κ θα μετατοπιστεί κατά τον άξονα y κατά

$$\frac{l}{2} \cdot \sigma \nu \nu \phi + h - \frac{l}{2} = h - 0,2 \cdot l = u_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow h = 0,2 \cdot l + u_{oy} t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = 0,2 \cdot 0,12 + 0,48 \cdot 0,22 + 5 \cdot 0,22^2 = 0,3716 \text{ m} = 37,16 \text{ cm}$$

Το Κ θα μετατοπιστεί οριζόντια κατά

$$x = \frac{l}{2} \cdot \eta \mu \phi + u_{ox} \cdot t = 0,048 + 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,22 = 0,1272 \text{ m} = 12,72 \text{ cm}$$

η ταχύτητα περιστροφής είναι $\omega = \frac{v}{r} = \frac{10,0}{0,12} = 83,3 \text{ rad/s}$ και η ταχύτητα λόγω πτώσης είναι

$$u_{x,A} = u_{ox} - u_{\pi} = 0,6 \text{ m/s} - 0,36 = 0,24 \text{ m/s}$$

$$u_y = u_{oy} + g \cdot t = 0,48 + 2,2 = 2,68 \text{ m/s} \Rightarrow u_A = \sqrt{u_{x,A}^2 + u_y^2} = \sqrt{0,24^2 + 2,68^2}$$

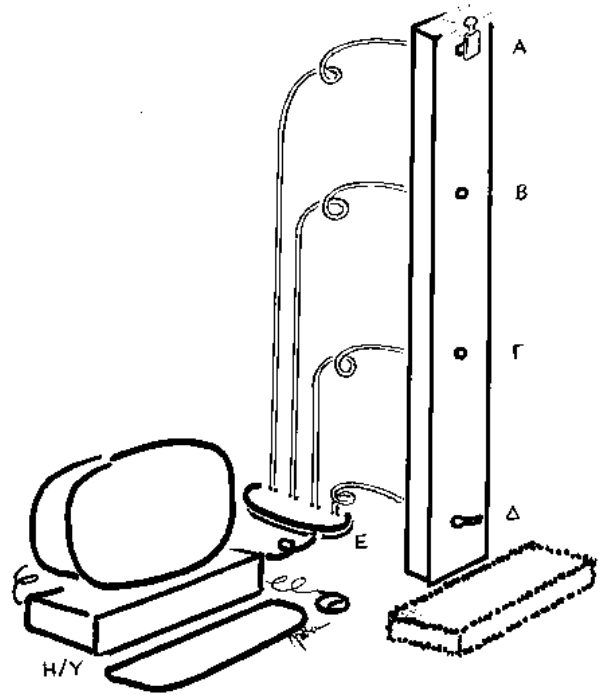
$$u_A \approx 2,7 \text{ m/s}, \epsilon \phi \theta = 0,09$$

Πειραματικό Μέρος

Τρεις ομάδες μαθητών αναλαμβάνουν να υπολογίσουν την αριθμητική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην περιοχή του τριώροφου σχολείου τους.

1. Η πρώτη ομάδα μαθητών έχει στη διάθεσή της πειραματική διάταξη διασυνδεδεμένη με ηλεκτρονικό υπολογιστή (Η/Υ) μέσω αισθητήρων¹ και απτήρων². Με αυτή είναι δυνατόν να μετρήσουν τους χρόνους διέλευσης ενός σώματος από διάφορα σημεία κατά την ελεύθερη κατακόρυφη πτώση του στο πεδίο βαρύτητας της Γης.

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από κατακόρυφα στερεωμένη σανίδα μήκους 3.00 m (βλ. σχήμα). Στο άνω μέρος της (Α) είναι στερεωμένος ηλεκτρομαγνήτης ο οποίος ενεργοποιείται / απενεργοποιείται από ηλεκτρονικό υπολογιστή (Η/Υ) μέσω διασυνδετή (Ε), ώστε να συγκρατεί /



¹ Με τον όρο αισθητήρες εννοούμε συσκευές ή διατάξεις με τις οποίες ο Η/Υ "αισθάνεται" ή μετρά φυσικές ποσότητες του περιβάλλοντος, όπως θερμοκρασία, ένταση φωτός, πίεση, απόσταση κλπ. Για παράδειγμα, διασυνδεδεμένος με μια φωτοαντίσταση (ηλεκτρική αντίσταση της οποίας η τιμή εξαρτάται από την ένταση του φωτός που προσπίπτει πάνω της) και μετατρέποντας την τιμή της, είναι δυνατό να υπολογίσει την ένταση του φωτός, αν είναι γνωστή η σχέση της έντασης του φωτός με την τιμή της ηλεκτρικής αντίστασης,

² Με τον όρο απτήρας (εκ του άπτομαι = αγγίζω), εννοούμε συσκευές ή διατάξεις με τις οποίες ο Η/Υ επεμβαίνει και μεταβάλλει φυσικές ποσότητες του περιβάλλοντος όπως το μαγνητικό πεδίο, την θερμοκρασία, την ένταση του φωτός κλπ. Για παράδειγμα, τροφοδοτώντας με ηλεκτρικό ρεύμα έναν ηλεκτρομαγνήτη ή την ηλεκτρική αντίσταση, είναι δυνατό να δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο ή να αυξήσει την θερμοκρασία της αντίστασης, αντίστοιχα.

ελευθερώνει, αντίστοιχα, μικρή μεταλλική πλάκα (από μαλακό σίδηρο), λειτουργώντας έτσι ως ηλεκτρομαγνητικός απτήρας. Στη μεταλλική πλάκα προσαρμόζεται ηλεκτρική μπαταρία 4,5V στην οποία έχει συνδεθεί και προσδεθεί ηλεκτρικός λαμπτήρας. Πλάκα, μπαταρία και λαμπτήρας θα χρησιμοποιηθούν ως σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση όταν απενεργοποιείται ο ηλεκτρομαγνήτης. Σε κατακόρυφη ευθεία γραμμή κάτω από τον ηλεκτρομαγνήτη προσαρμόζονται δύο φωτοαντιστάσεις στις θέσεις Β και Γ. Οι αποστάσεις τους από τον ηλεκτρομαγνήτη είναι $(AB)=1.00\text{m}$ και $(AG)=2.00\text{m}$ αντίστοιχα. Οι φωτοαντιστάσεις διασυνδέονται με τον Η/Υ, ο οποίος είναι δυνατόν να μετρά συνεχώς τις τιμές της ηλεκτρικής τους αντίστασης. Κατά την πτώση του το σώμα διέρχεται από εμπρός τους. Τέλος σε απόσταση $(AD)=3.00\text{m}$ από τον ηλεκτρομαγνήτη, στην ίδια κατακόρυφη ευθεία, προσαρμόζεται ένας μηχανικός διακόπτης (Δ) στον οποίο προσκρούει τελικά το σώμα όταν αφήνεται από τον ηλεκτρομαγνήτη. Ο μηχανικός αυτός διακόπτης διασυνδέεται επίσης με τον Η/Υ, λειτουργώντας έτσι ως μηχανικός αισθητήρας.

Αρχικά ο ηλεκτρομαγνήτης στο άνω άκρο της διάταξης ενεργοποιείται από τον Η/Υ στον οποίο εκτελείται κατάλληλο πρόγραμμα. Επάνω του προσκολλάται από τους μαθητές το σώμα που αποτελείται, όπως αναφέραμε, από τη μεταλλική πλάκα, την μπαταρία και τον λαμπτήρα (σε λειτουργία). Τότε ο ηλεκτρομαγνήτης απενεργοποιείται με εντολή του Η/Υ και το σώμα αφήνεται ελεύθερο να πέσει κατακόρυφα. Συγχρόνως, ο Η/Υ αρχίζει τη μέτρηση του χρόνου. Περνώντας το σώμα διαδοχικά εμπρός από τις δυο ηλεκτρικές φωτοαντιστάσεις μεταβάλλει την τιμή τους και ο Η/Υ καταγράφει τις χρονικές στιγμές διέλευσης από τις θέσεις Β, Γ. Τέλος το σώμα προσκρούει στο μηχανικό διακόπτη, σταματώντας τη μέτρηση του χρόνου από τον Η/Υ, τερματίζοντας την εκτέλεση του προγράμματος, πριν καταλήξει στο ελαστικό δάπεδο.

Οι μαθητές της ομάδας εκτέλεσαν το πείραμα 10 φορές και κατέγραψαν από τον Η/Υ τους εξής χρόνους σε s (βλ. πίνακα):

Πίνακας

α/α	ηλεκτρομαγνήτης / / απτήρας εκκίνηση (s)	α' φωτοαντίσταση / / αισθητήρας διέλευση (s)	β' φωτοαντίσταση / / αισθητήρας διέλευση (s)	μηχ. διακόπτης / / αισθητήρας τερματισμός (s)
1	0,00	0,45	0,64	0,80
2	0,00	0,46	0,66	0,81
3	0,00	0,44	0,63	0,77
4	0,00	0,44	0,62	0,76
5	0,00	0,45	0,64	0,78
6	0,00	0,45	0,64	0,79
7	0,00	0,46	0,63	0,76
8	0,00	0,45	0,64	0,78
9	0,00	0,45	0,63	0,76
10	0,00	0,46	0,66	0,81

α. Δικαιολογήστε τις διαφορές στη μέτρηση του χρόνου από κάθε αισθητήρα σε κάθε πτώση.

β. Υπολογίστε τις μέσες τιμές του χρόνου σε κάθε θέση και επιβεβαιώστε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη. Δικαιολογήστε.

γ. Υπολογίστε την αριθμητική τιμή του \bar{g} από διάφορους συνδυασμούς μετρήσεων (περιορισθείτε στα τρία πρώτα δεκαδικά ψηφία των αριθμητικών εξαγομένων σας). Δικαιολογήστε τις όποιες διαφορές των εξαγομένων.

Γ' Λυκείου

δ. Δεδομένου ότι όλες οι τεχνολογικές διατάξεις και συσκευές είναι εφαρμογές φυσικών αρχών, νόμων και διαδικασιών, υποθέστε και προτείνετε σε ποιες από αυτές τις φυσικές διαδικασίες είναι δυνατόν να βασίζεται η λειτουργία των αισθητήρων και απτήρων που χρησιμοποιήθηκαν.

2. Η δεύτερη ομάδα μαθητών έχει στην διάθεσή της μόνο ηλεκτρονικά χρονόμετρα χειρός (ακρίβειας 0.01s), ταινία μέτρησης του μήκους (ακρίβειας 0.01m) και μερικούς βόλους. Προτείνετε και περιγράψτε τρόπους πειραματισμού με αυτά τα όργανα στο σχολείο τους και αναφερθείτε στους λόγους που θα επηρεάσουν την ακρίβεια των δικών τους μετρήσεων.

3. Η τρίτη ομάδα μαθητών πρέπει να αναζητήσει άλλους τρόπους και όργανα (περιλαμβανομένων αισθητήρων και απτήρων) για τον υπολογισμό της τιμής της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Ένας άλλος τρόπος είναι η χρήση απλού εκκρεμούς. Προτείνετε και περιγράψτε άλλους διαφορετικούς τρόπους και σχολιάσετε .

Συνοπτικές απαντήσεις / λύσεις:

1. α) Η μέτρηση του χρόνου γίνεται από την κάθε φωτοαντίσταση / αισθητήρα καθώς το φως του λαμπτήρα, όταν περνάει από μπροστά της, μεταβάλλει την τιμή της. Όμως αυτή η μέτρηση, σε κάθε εκτέλεση του πειράματος, διαφέρει (κατά 0,01 s έως 0,03 s, αν και η ακρίβεια του ρολογιού του ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι πολύ μικρότερη), γιατί προφανώς δεν είναι δυνατό να εξασφαλίσουμε κάθε φορά το σώμα / μπαταρία να πέφτει κατακόρυφα χωρίς να περιστρέφεται. Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις του μηχανικού διακόπτη / αισθητήρα διαφέρουν μεταξύ τους περισσότερο (έως και 0,05 s) αφού η διαδρομή την οποία έχει διανύσει το σώμα / μπαταρία σε σχέση με τις τιμές που έχουμε για τις φωτοαντιστάσεις (όπως και ο χρόνος διαδρομής του) είναι μεγαλύτερη και η όποια περιστροφή του σώματος είναι επίσης μεγαλύτερη (σημειώνεται ότι το σχήμα του σώματος δεν είναι σφαιρικό). Οι μετρούμενες διαφορές του χρόνου είναι μια ακόμη απόδειξη ότι οι μετρήσεις του Η/Υ εξαρτώνται από τα όποια μηχανικά συστήματα εμπλέκονται στη μέτρηση τα οποία και καθορίζουν την επιτυγχανόμενη ακρίβεια. Η ακρίβεια βέβαια των μετρήσεων με τον Η/Υ και τους αισθητήρες είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με τις μετρήσεις με χρονόμετρα χειρός αφού ο χρόνος αντίδρασης του ανθρώπου (στην εκκίνηση και τον τερματισμό του χρονομέτρου) είναι πολύ μεγαλύτερος των μερικών εκατοστών του δευτερολέπτου (συνήθως είναι της τάξεως των μερικών δεκάτων του δευτερολέπτου)

β) α' φωτοαντίσταση:
$$\bar{t}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{10} = \frac{4,51s}{10} = 0,451s$$

$$\beta' \text{ φωτοαντίσταση: } t_2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{10} = \frac{6,39\text{s}}{10} = 0,639\text{s}$$

$$\text{μηχ. διακόπτης / αισθητήρας: } t_3 = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{10} = \frac{7,82\text{s}}{10} = 0,782\text{s}$$

$$\gamma) \text{ A} \rightarrow \text{B: } h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow g = \frac{2h_1}{t_1^2} = \frac{2 \cdot 1,00}{(0,451)^2 \text{s}^2} = 9,833 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{A} \rightarrow \text{Γ: } h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 \Rightarrow g = \frac{2h_2}{t_2^2} = \frac{2 \cdot 2,00}{(0,639)^2 \text{s}^2} = 9,796 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{A} \rightarrow \text{Δ: } h_3 = \frac{1}{2} g t_3^2 \Rightarrow g = \frac{2h_3}{t_3^2} = \frac{2 \cdot 3,00}{(0,782)^2 \text{s}^2} = 9,812 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Οι διαφορές στη μέτρηση του g οφείλονται προφανώς στις διαφορές της μέτρησης του χρόνου, τις οποίες δικαιολογήσαμε και σχολιάσαμε πιο πάνω. Επαναλαμβάνοντας το πείραμα περισσότερες φορές θα επιτυγχάνουμε τιμές του g με μικρότερες διαφορές.

δ) Η αλλαγή της τιμής της αντίστασης μερικών υλικών με την ένταση του φωτός το οποίο προσπίπτει επάνω τους είναι γνωστό ως φαινόμενο φωτοαντίστασης. Σε αυτό βασίζεται η λειτουργία των αισθητήρων / φωτοαντιστάσεων. Η αλλαγή / μείωση της φωτοαντίστασης γίνεται αντιληπτή από τον υπολογιστή και μέσω του κατάλληλου προγράμματος και καταχωρείται ως χρόνος διέλευσης του αντικειμένου εμπρός από την φωτοαντίσταση. Η μέτρηση μιας ηλεκτρικής αντίστασης από τον Η/Υ βασίζεται σε μια άλλη φυσική διαδικασία: τη φόρτιση ή την εκφόρτιση πυκνωτή. Ο Η/Υ φορτίζει έναν πυκνωτή, μέσω ενός κυκλώματος το οποίο περιλαμβάνει την προς μέτρηση ηλεκτρική αντίσταση. Ο χρόνος φόρτισης και εκφόρτισης συνδέεται με γνωστή σχέση με την προς την μέτρηση αντίσταση του κυκλώματος. Μετρώντας ο Η/Υ το χρόνο φόρτισης, μετράει εμμέσως την ηλεκτρική αντίσταση

2 Σχολιασμός της ακρίβειας με χρονόμετρα χειρός έγινε στην 1α.

3 Στην απάντηση αυτού του ερωτήματος είναι δεκτή οποιαδήποτε απάντηση παρουσιαστεί αν οι φυσικές αρχές στις οποίες στηρίζεται είναι σωστές και τεχνολογικά εφαρμόσιμες.

Παραδείγματα τέτοιων προτάσεων θα μπορούσαν να είναι:

Χρήση εκκρεμούς, κίνηση σωμάτων σε κεκλιμένο επίπεδο, μηχανή Atwood, σύστημα ελατηρίου (γνωστής σταθεράς) – μάζας, ταλάντωση σώματος βυθισμένου σε υγρό . . .