Γ΄ Λυκείου

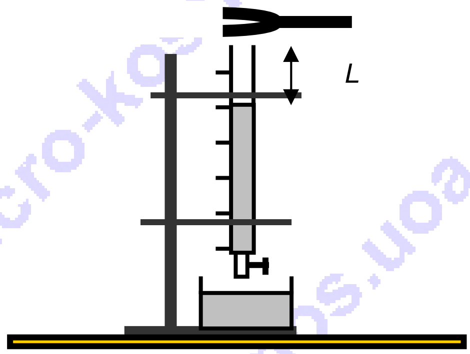
21 Απριλίου 2007

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^o:

1. Σε μια πειραματική άσκηση χρησιμοποιήσαμε τη διάταξη που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Γεμίσαμε με νερό μια προχοΐδα, την στηρίξαμε κατακόρυφα και πλησιάσαμε στο ελεύθερο άκρο της ένα διεγερμένο διαπασών συχνότητας 440 Hz. Αφήνοντας, με τη βοήθεια της στρόφιγγας αργά-αργά ποσότητα νερού να εκρεύσει από την προχοΐδα διαπιστώσαμε ότι ο ήχος του διαπασών ακούγεται έντονα για πρώτη φορά όταν το μήκος της αέριας στήλης είναι L=18,8 cm και για δεύτερη όταν $L΄$=57,3 cm.



Στη συνέχεια τοποθετήσαμε πάνω στο διαπασών έναν “ιππέα” ώστε να αλλάζει η συχνότητα του ήχου που εκπέμπεται από αυτό και επαναλάβαμε την προηγούμενη διαδικασία οπότε οι τιμές που βρήκαμε ήταν L=19,8 cm και $L΄$=58,9 cm.

Να βρείτε:

α. την ταχύτητα του ήχου στον αέρα.

β. τη συχνότητα του διαπασών με τον ιππέα.

2. Το ραδιενεργό στοιχείο Α εκπέμπει σωματίδια α και έχει χρόνο ημιζωής 10^8 έτη. Οι θυγατρικοί πυρήνες Β που προκύπτουν από τη διάσπαση των πυρήνων του στοιχείου Α είναι και αυτοί ραδιενεργοί με χρόνο ημιζωής 60 s. Διασπώμενοι εκπέμπουν σωματίδια β και μεταστοιχειώνονται στο στοιχείο Γ το οποίο είναι σταθερό. Είναι γνωστό ότι το στοιχείο Α σχηματίστηκε τη στιγμή του εκρηκτικού θανάτου ενός αστέρα (Supernova) από τον οποίο δημιουργήθηκε το ηλιακό μας σύστημα. Ένα δείγμα βράχου στη Γη περιέχει και τα τρία στοιχεία Α, Β, Γ.

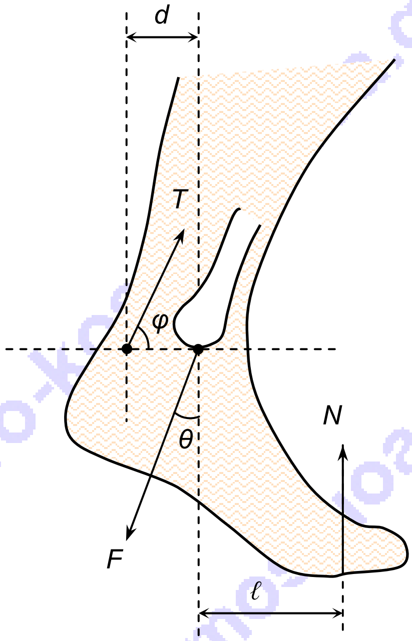
Ο λόγος των πυρήνων των ατόμων του στοιχείου Γ προς τους πυρήνες των ατόμων του στοιχείου Α είναι 2^{40}.

Εκτιμήστε πριν πόσα χρόνια έγινε το Supernova, αφού κάνετε κάποιες υποθέσεις /προσεγγίσεις.

3. Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται στα νοσοκομεία για τη μέτρηση της ταχύτητας της ροής του αίματος με εκπομπή υπερήχων συχνότητας f και ανάκλασή τους από τα ερυθρά αιμοσφαίρια. Η ταχύτητα των υπερήχων στο αίμα είναι v. Αν τα ερυθρά αιμοσφαίρια κινούνται κατά μήκος μιας αρτηρίας απομακρυνόμενα από τον πομπό των υπερήχων και η μέση διαφορά συχνοτήτων μεταξύ των υπερήχων που επιστρέφουν και των υπερήχων που εκπέμπονται είναι Δf, ποια είναι η ταχύτητα των ερυθρών αιμοσφαιρίων; Απαντήστε συναρτήσει των Δf, f, και v.

Θέμα 2^o:

1. Στο διπλανό σχήμα, φαίνεται το άκρο του ποδιού ενός ανθρώπου, ο οποίος έχει ανασηκωθεί και στηρίζεται στις μύτες των ποδιών του, με τέτοιο τρόπο ώστε το βάρος του να κατανέμεται εξ' ίσου στα δυο του πόδια. Η μάζα του ανθρώπου είναι *m*. Στη θέση αυτή, ο Αχίλλειος τένοντας βρίσκεται υπό τάση ***T*** και σχηματίζει γωνία *φ* με την οριζόντια διεύθυνση. Το οστό της κνήμης ασκεί δύναμη $\vec{\ }$ στον αστράγαλο σε σημείο που βρίσκεται στο ίδιο ύψος από το έδαφος με το σημείο στο οποίο δρα ο Αχίλλειος τένοντας στον αστράγαλο. Η απόσταση των δύο αυτών σημείων είναι *d*. Η δύναμη ***F*** σχηματίζει γωνία *θ* με την κατακόρυφη.



Υποθέστε ότι η απόσταση του σημείου επαφής του ποδιού με το έδαφος από την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο επαφής της κνήμης με τον αστράγαλο, είναι *ℓ*.
Υποθέστε επίσης, ότι το κέντρο μάζας του άκρου του ποδιού βρίσκεται ακριβώς στο σημείο επαφής μεταξύ της κνήμης και του αστραγάλου. Η μάζα του κάτω άκρου του ποδιού είναι m_π.

α. Βρείτε το μέτρο της τάσης ***T*** στον Αχίλλειο τένοντα.

β. Βρείτε τη γωνία *θ*. (Καταλήξτε σε μια έκφραση για την εφ*θ* συναρτήσει των δεδομένων)

γ. Βρείτε το μέτρο της δύναμης ***F*** που ασκεί η κνήμη στο κάτω άκρο του ποδιού. (Θεωρήστε γνωστή τη γωνία *θ* της οποίας την εφαπτομένη πιθανώς βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα σε σχέση με τα δεδομένα)

Δεδομένα: *m*, *g*, *d*, *ℓ*, *φ*.

2. Λεπτή άμμος πασπαλίζεται σε οριζόντια μεμβράνη η οποία ταλαντώνεται κατακόρυφα με συχνότητα *f*=500 Hz. Οι κόκκοι της άμμου αναπηδούν μέχρις ύψους 3 mm πάνω από το επίπεδο της ισορροπίας της μεμβράνης. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης της μεμβράνης; Δίνεται g=9,8 m/s^2.

Θέμα 3^o:

Δύο σημειακές πηγές αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ βρίσκονται ακίνητες στην ήρεμη επιφάνεια του νερού μιας λίμνης. Τη χρονική στιγμή t_0=0 οι πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αρχίζουν να ταλαντεύονται κατακόρυφα με εξισώσεις απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας τους αντίστοιχα: $y_1=0{,}10\cdot ημ100\pi t$ και $y_2=0{,}10\cdot ημ102\pi t$ (S.I)
Τα εγκάρσια κύματα που δημιουργούν οι πηγές διαδίδονται στην επιφάνεια της λίμνης με ταχύτητα *c*=2 m/s και το πλάτος τους θεωρούμε ότι δεν μειώνεται με την απόσταση από τις πηγές. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας της λίμνης απέχει κατά 1 m από κάθε πηγή ($r_1=r_2$=1 m).

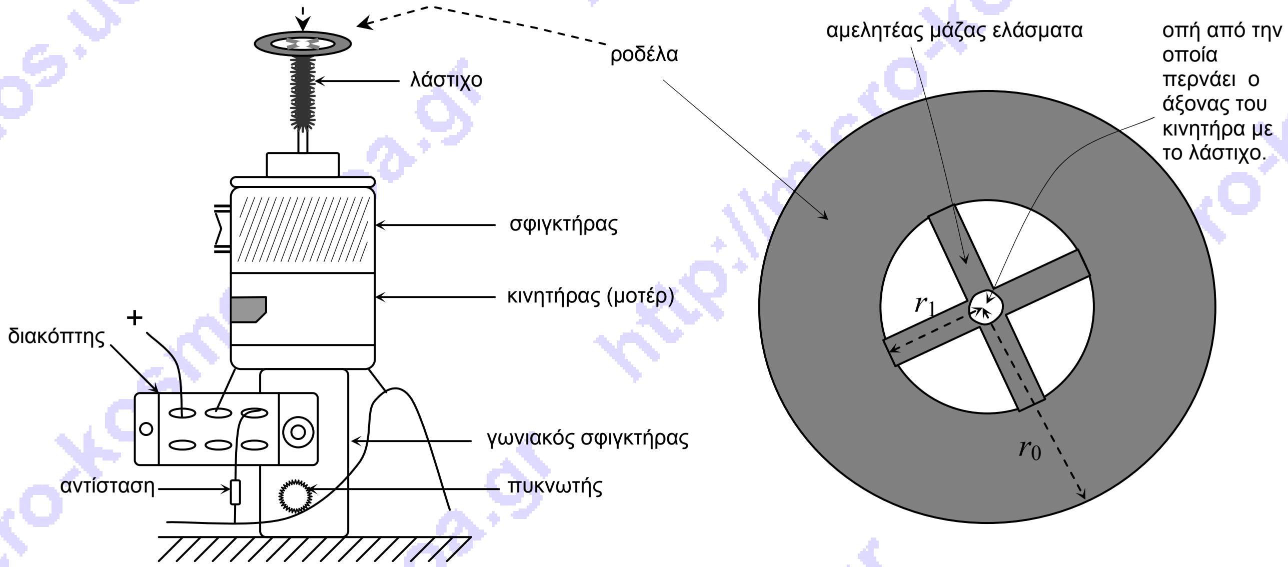
α. Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο του σημείου Σ, μετά τη συμβολή των κυμάτων σ' αυτό. Μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τη συμβολή στο σημείο Σ ως καταστροφική ή ενισχυτική; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ λόγω συμβολής και για το χρονικό διάστημα Δ*t*=4,0 s μετά την έναρξη της συμβολής στο σημείο αυτό.

γ. Να βρείτε τον αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων που πραγματοποιεί το σημείο Σ στο χρονικό διάστημα Δ*t*=4,0 s μετά την έναρξη της συμβολής στο σημείο αυτό.

Πειραματικό Μέρος

1. Ένα κινητήρας συνεχούς ρεύματος (μοτέρ) με μόνιμο μαγνήτη διαθέτει άξονα με λάστιχο στον οποίο μπορούμε να προσαρτήσουμε αντικείμενα τα οποία θέλουμε να περιστρέψουμε. Αυτό γίνεται συνδέοντας τον κινητήρα σε τροφοδοτικό χαμηλής τάσης, οπότε αρχίζει να περιστρέφεται μεταφέροντας στροφορμή κατά τον άξονα περιστροφής, στα προσαρτημένα σώματα. Η περιστροφή του άξονα του κινητήρα γίνεται με σχετικά μικρή, αλλά σημαντική, τριβή. Ο κινητήρας αυτός μπορεί να λειτουργεί και ως γεννήτρια συνεχούς τάσης η οποία είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του κινητήρα στην περίπτωση που αυτός αποσυνδέεται από το τροφοδοτικό και περιστρέφεται έως ότου σταματήσει λόγω της ροπής της τριβής. Όταν ό κινητήρας είναι αποσυνδεδεμένος από το τροφοδοτικό και περιστρέφεται με συχνότητα 30 Hz η τάση που παράγεται από αυτόν είναι 1,40 V.



α. Θα μπορούσε ο κινητήρας αυτός να χρησιμοποιηθεί ως αισθητήρας γωνιακής ταχύτητας; Αν ναι, εξηγήστε πώς.

β. Προσαρτούμε μια ροδέλα με ελάσματα αμελητέας μάζας (βλέπε σχήμα) στον άξονα του κινητήρα, η οποία έχει μάζα $m=83\cdot10^{-3}$ kg, εσωτερική ακτίνα r_i=13,8 mm, εξωτερική ακτίνα r_0=31,5 mm. Θεωρούμε ότι η ροπή αδράνειας του περιστρεφόμενου συστήματος συμπίπτει με την ροπή αδράνειας της ροδέλας. Η ροπή αδράνειας της ροδέλας δίνεται από τη σχέση $I=\frac{1}{2}m(r_i^2+r_0^2)$.

Συνδέουμε στο τροφοδοτικό τον κινητήρα και αυξάνοντας την τάση τροφοδοσίας αυξάνουμε την ταχύτητα περιστροφής του όσο πιο πολύ μπορούμε, ώστε να μην εκτοξεύεται η ροδέλα. Στη συνέχεια, τη χρονική στιγμή t=0, ανοίγουμε το διακόπτη στο κύκλωμα της τροφοδοσίας και με τη βοήθεια βολτομέτρου και χρονομέτρου παίρνουμε τον παρακάτω πίνακα δεδομένων όπου φαίνονται τα ζεύγη των τιμών του χρόνου και της τάσης που παράγεται από τον κινητήρα καθώς αυτός επιβραδύνεται.

Χρόνος (*s*)	Τάση (*V*)
0,00	1,59
1,11	1,35
2,23	1,21
3,34	1,01
4,45	0,82
5,57	0,65
6,68	0,53
7,79	0,36
8,91	0,13

Παραστήσατε γραφικά την τάση σε σχέση με το χρόνο χαράσσοντας τη βέλτιστη ευθεία η οποία διέρχεται από τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών του παραπάνω πίνακα.

γ. Υπολογίστε τη γωνιακή επιτάχυνση της ροδέλας.

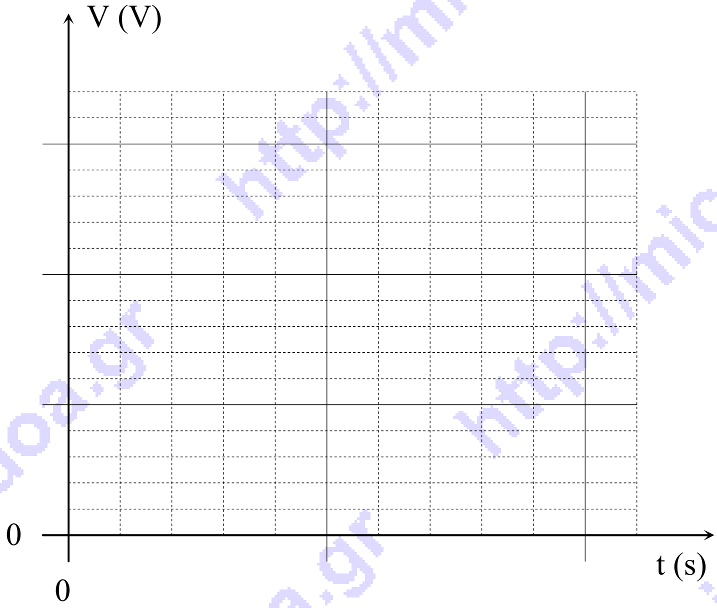
δ. Υπολογίστε τη ροπή της τριβής.

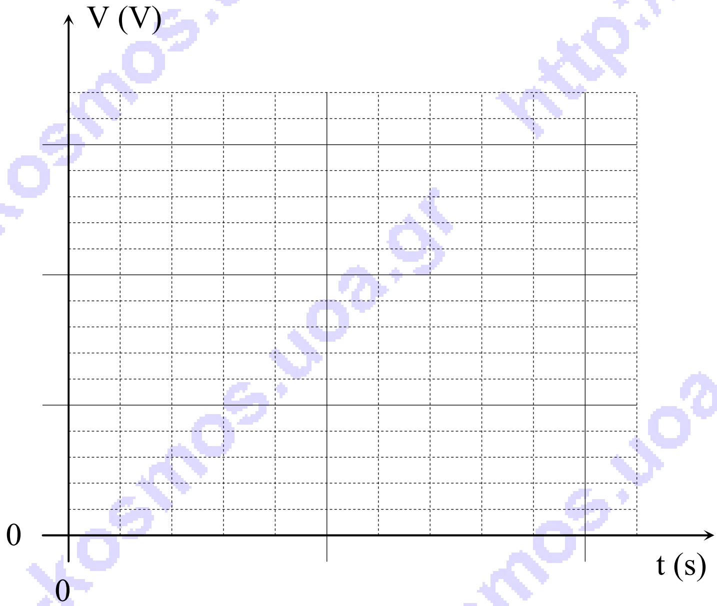
ε. Ποια είναι η μηχανική ισχύς που αποδίδει ο κινητήρας όταν στρέφεται με συχνότητα 30 Hz;

στ. Τη χρονική στιγμή 5,57 s πάνω στη στρεφόμενη ροδέλα μια όμοια ροδέλα χωρίς ελάσματα η οποία δεν στρέφεται. Αν η τριβή παραμένει η ίδια, ποια θα ήταν η τάση αμέσως μετά την τελείως ανελαστική κρούση των δύο ροδελών; Εξηγήστε την απάντησή σας.

ζ. Κάντε μια πρόβλεψη για τη μορφή που θα είχε το διάγραμμα τάσης χρόνου στην περίπτωση αυτή από τη χρονική στιγμή *t*=0 s έως τη χρονική στιγμή 8,91 s.

Με τον όρο αισθητήρες εννοούμε συσκευές ή διατάξεις με τις οποίες ο Η/Υ "αισθάνεται" ή μετρά φυσικές ποσότητες του περιβάλλοντος, όπως θερμοκρασία, ένταση φωτός, πίεση, απόσταση κλπ. Για παράδειγμα, διασυνδεόμενος με μια φωτοαντίσταση (ηλεκτρική αντίσταση της οποίας η τιμή εξαρτάται από την ένταση του φωτός που προσπίπτει πάνω της) και μετατρέποντας την τιμή της, είναι δυνατό να υπολογίσει την ένταση του φωτός, αν είναι γνωστή η σχέση της έντασης του φωτός με την τιμή της ηλεκτρικής αντίστασης, Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε τα διαγράμματα εδώ και να επισυνάψετε το χαρτί αυτό μέσα στο τετράδιό σας.





Καλή Επιτυχία

Συνοπτικές Λύσεις

Θέμα 1ο:

1. α. $L = \lambda/4$
$L' = 3\lambda/4$ $\quad \lambda = 77$ cm
$c = \lambda f$ $\quad \rightarrow c = 338{,}9$ m/s

β. $L = \lambda'/4$
$L' = 3\lambda'/4$ $\quad \lambda' = 78{,}2$ cm
$c = \lambda' f'$ $\quad \rightarrow f' = 433$ Hz

2. Τη στιγμή που ο λόγος $N_\Gamma/N_A = 2^{40}$ είναι $N_B << N_\Gamma$ επειδή $T_B << T_A$.

Επομένως $N_\Gamma = N_{A0} - N_A$, όπου N_{A0} ο αρχικός αριθμός πυρήνων του Α. Οπότε:

$N_A = N_{A0}\, e^{-\Lambda t}$ όπου $\Lambda = \ln 2/T_A$. Άρα $N_A = N_{A0} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A}t}$ Αλλά $N_\Gamma/N_A = 2^{40}$ οπότε

$$\frac{N_{A0} - N_A}{N_A} = 2^{40} \Rightarrow \frac{N_{A0}}{N_A} - 1 = 2^{40} \Rightarrow \frac{N_{A0}}{N_A} \approx 2^{40}. \text{ Άρα, } e^{-\frac{\ln 2}{T_A}t} = 2^{40} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T_A}} = 2^{40} \Rightarrow$$

$$\frac{t}{T_A} = 40 \Rightarrow t = 40 \cdot T_A \Rightarrow t = 40 \cdot 10^8 \Rightarrow t = 4 \cdot 10^9 \text{ έτη.}$$

3. Η συχνότητα που λαμβάνεται από ένα ερυθρό αιμοσφαίριο είναι $f_{ερ} = f\,\frac{v - v_{ερ}}{v}$ (1), και έτσι η συχνότητα του ήχου που ανακλάται και από τη συσκευή με το αιμοσφαίριο ως πηγή είναι

$$f' = \frac{v}{v + v_{ερ}} \cdot f_{ερ} \overset{(1)}{\Rightarrow} f' = \frac{v - v_{ερ}}{v + v_{ερ}} \cdot f \quad (2)$$

Η διαφορά συχνοτήτων $\Delta f = f' - f \overset{(2)}{\Rightarrow} \Delta f = \frac{v - v_{ερ}}{v + v_{ερ}} \cdot f - f$,

οπότε: $\quad \Delta f = \left(\frac{v - v_{ερ}}{v + v_{ερ}} - 1\right) \cdot f$,

και: $\quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{v - v_{ερ}}{v + v_{ερ}} - 1$,

δηλαδή: $\quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{-2v_{ερ}}{v + v_{ερ}}$. Έτσι: $\frac{\Delta f}{f}(v + v_{ερ}) = -2v_{ερ}$

Οπότε: $\quad \frac{\Delta f}{f} v = -2v_{ερ} - \frac{\Delta f}{f} v_{ερ}$

ή: $\quad \frac{\Delta f}{f} v = \left(-2 - \frac{\Delta f}{f}\right) v_{ερ}$

και τελικά: $v_{ερ} = \frac{-\Delta f \cdot v}{2f + \Delta f}$

Θέμα 2ο :

1.

α. $\Sigma\tau=0$

$-T\eta\mu\varphi d+N\ell=0$

$T=\dfrac{mg\ell}{2d\eta\mu\varphi}$ (1)

β.

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x=0\\ T\sigma\upsilon\nu\varphi-F\eta\mu\theta=0\\ \Sigma F_\psi=0\\ T\eta\mu\varphi-F\sigma\upsilon\nu\theta+N-m_\pi g=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\eta\mu\theta=\dfrac{T\sigma\upsilon\nu\varphi}{F}\\ \sigma\upsilon\nu\theta=\dfrac{T\eta\mu\varphi+N-m_\pi g}{F}\end{array}\right\}\Rightarrow\varepsilon\varphi\theta=\dfrac{T\sigma\upsilon\nu\varphi}{T\eta\mu\varphi+N-m_\pi g}\overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow}\quad \varepsilon\varphi\theta=\dfrac{\dfrac{mg\ell}{2d\eta\mu\varphi}\sigma\upsilon\nu\varphi}{\dfrac{mg\ell}{2d\eta\mu\varphi}\eta\mu\varphi+\dfrac{mg}{2}-m_\pi g}\Rightarrow\theta=\tau o\xi\varepsilon\varphi\left(\dfrac{mg\sigma\varphi\varphi}{m\ell+md-2m_\pi d}\right)$$

γ. $T\sigma\upsilon\nu\varphi-F\eta\mu\theta=0\Rightarrow F=\dfrac{T\sigma\upsilon\nu\varphi}{\eta\mu\theta}$

2. Σύντομη λύση

Η επαφή χάνεται όταν $\boldsymbol{N=0}$. Τότε η επιτάχυνση του κόκκου θα είναι $\boldsymbol{a=g}$.

Όμως $a=-\omega^2\psi$ όπου ψ η απομάκρυνση του κόκκου από τη θέση ισορροπίας του. Οπότε: $g=-\omega^2\psi_1$ δηλαδή $g=-4\pi^2 f\psi_1$ από την οποία βρίσκουμε την απομάκρυνση τη στιγμή που χάνεται η επαφή $\psi_1=-g/4\pi^2 f$ (1)

Ο κόκκος ανέρχεται κατά $\Delta\psi$ μετά το χάσιμο της επαφής.

Από το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$mg\Delta\psi=mv_1^2/2$ οπότε $\Delta\psi=v_1^2/2g$ (2)

Το ύψος από το επίπεδο ισορροπίας της μεμβράνης θα είναι $h=\psi_1+\Delta\psi$ Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι: $h=-g/4\pi^2 f+v_1^2/2g$ από την οποία βρίσκουμε την ταχύτητα v_1 του κόκκου τη στιγμή που χάνεται η επαφή του με τη μεμβράνη.

Στη συνέχεια από τη σχέση $v_1=\omega\sqrt{A^2-\psi^2}$ βρίσκουμε το πλάτος $A=7{,}72\ 10^{-5}$ m ή $A=0{,}0772$ mm

Αναλυτικότερα:

η απομάκρυνση του κόκκου από τη θέση ισορροπίας του και η ταχύτητά του συναρτήσει του χρόνου, για όσο χρόνο ο κόκκος είναι σε επαφή με τη μεμβράνη, θα δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις αφού αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

$\psi=A\eta\mu\omega t$ (1) $\qquad v=\omega A\sigma\upsilon\nu\omega t$ (2)

Αν N η δύναμη που ασκείται από τη μεμβράνη σε ένα κόκκο άμμου, από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τον κόκκο θα είναι:

$M\alpha=N-mg$ (3) Όταν χάνεται η επαφή $N=0$ οπότε η (3) με τη βοήθεια της (2) δίνει

$-g=-\omega^2 A\eta\mu\omega t_1$ οπότε $\eta\mu\omega t_1=g/\omega^2 A$ Τότε $\psi_1=A\eta\mu\omega t_1=g/\omega^2$ (4), και $v_1=\omega A\sigma\upsilon\nu\omega t$ (5)

Από το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$mg\Delta\psi = mv_1^2/2$ οπότε $\Delta\psi = v_1^2/2g$ (6). Το ύψος από το επίπεδο ισορροπίας της μεμβράνης θα είναι $h=\psi_1+\Delta\psi$ Από τις (4),(5),(6) προκύπτει ότι: $h=g/\omega^2 + \omega^2 A^2 \text{συν}^2\omega t_1/2g$ ή

$h=g/v^2 + v^2A^2(1-\text{ημ}^2\omega t_1)/2g = g/2\omega^2 + A^2\omega^2/2g$. Οπότε $A=\dfrac{\sqrt{2gh\omega^2 - g^2}}{\omega^2}$ και επειδή $\omega=2\pi f$ με αντικατάσταση παίρνουμε $A=7{,}72\ 10^{-5}$ m ή $A=0{,}0772$ mm

Θέμα 3ο:

α. Οι συχνότητες ταλάντωσης των πηγών Π_1, Π_2 (f_1 και f_2) αντίστοιχα είναι:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi}\ \text{Hz} = 50\ \text{Hz}$$

και: $$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{102\pi}{2\pi}\ \text{Hz} = 51\ \text{Hz}$$

Τα μήκη κύματος των παραγόμενων κυμάτων (λ_1 και λ_2) αντίστοιχα είναι:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{2}{50}\ \text{m} = \frac{1}{25}\ \text{m}$$

και: $$\lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{2}{51}\ \text{m}$$

Οι εξισώσεις των κυμάτων που παράγουν οι πηγές Π_1 και Π_2 θα είναι:

$$y_1 = 0{,}10\text{ημ}2\pi(50t - 25r)$$

και: $$y_2 = 0{,}10\text{ημ}2\pi\left(51t - 51\frac{r}{2}\right)$$

Η ζητούμενη απομάκρυνση του σημείου Σ είναι: $y_\Sigma = y_{1(\Sigma)} + y_{2(\Sigma)}$

Δηλαδή: $$y_\Sigma = 0{,}10\cdot[\text{ημ}(100\pi t - 50\pi) + \text{ημ}(102\pi t - 51\pi)]$$

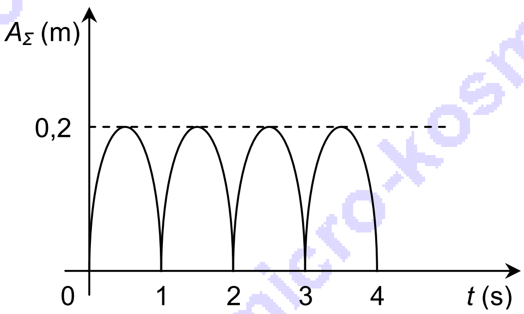
ή: $$y_\Sigma = 0{,}2\cdot\text{ημ}(\pi t)\cdot\text{ημ}\left(101\pi t - 101\frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

Από την (1) προκύπτει ότι η κίνηση του Σ είναι ιδιόμορφη ταλάντωση που εμφανίζει διακροτήματα. Επειδή το πλάτος της ταλάντωσης του Σ δεν μένει σταθερό, αλλά μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών 0 m και 0,2 m συμπεραίνουμε πως τη συμβολή στο Σ, δεν μπορούμε να τη χαρακτηρίσουμε ούτε ενισχυτική, ούτε καταστροφική.

β. Από την (1) προκύπτει ότι το πλάτος ταλάντωσης του Σ είναι: $A_\Sigma = 0{,}2[\text{ημ}(\pi t)]$

Η περίοδος μεταβολής του πλάτους (περίοδος διακροτημάτων) είναι $T_\delta = \dfrac{1}{f_2 - f_1} = \dfrac{1}{1}$ s

Δηλαδή: $T_{A_\Sigma} = T_\delta = 1$ s



γ. Αν Ν ο ζητούμενος αριθμός πλήρων ταλαντώσεων του Σ, επειδή $NT_\Sigma = \Delta t$, είναι: $N=\dfrac{\Delta t}{T_\Sigma}$ (2), όπου T_Σ η περίοδος κίνησης του Σ.

Είναι όμως: $T_\Sigma = \dfrac{2\pi}{\omega_\Sigma} = \dfrac{2\pi}{101\pi}\,\text{s} = \dfrac{2}{101}\,\text{s}$ (3)

Από τις (2) και (3) προκύπτει: $N=\dfrac{4}{\frac{2}{101}}$ ταλαντώσεις = 202 ταλαντώσεις.

Πειραματικό

α. Αφού βρήκαμε ότι στα 30 Hz παράγεται τάση 1,40 V και επειδή η τάση που παράγεται από τον κινητήρα είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του κινητήρα στην περίπτωση που αυτός αποσυνδέεται από το τροφοδοτικό,

θα έχουμε: $\omega = kV$

δηλαδή: $2\pi f = kV$

οπότε: $k = \dfrac{2\pi f}{V}$

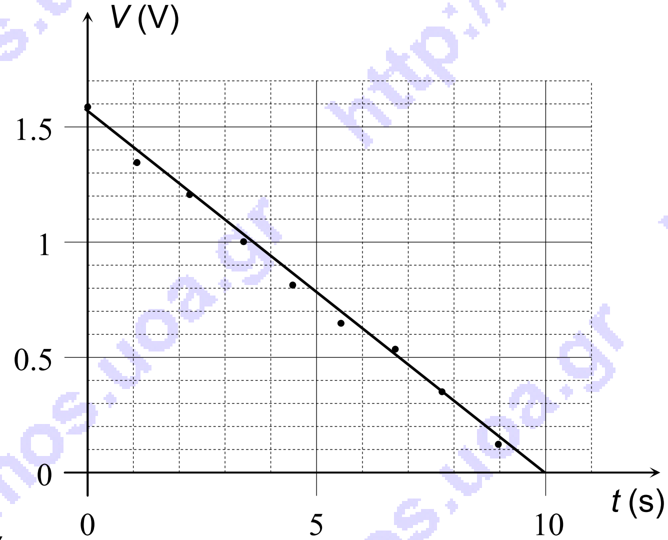
αντικαθιστώντας έχουμε: $k = \dfrac{2\pi 30\,\text{Hz}}{1{,}40\,\text{V}}$

οπότε: $k = 1{,}35\cdot 10^2$ rad/sV

Μετρώντας την τάση που παράγεται μπορούμε να υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα.

Έτσι ο κινητήρας μπορεί να λειτουργήσει ως αισθητήρας γωνιακής ταχύτητας.

β.



γ. Η κλίση είναι $\dfrac{dV}{dt}$=0,158 V/s.

Η γωνιακή επιτάχυνση είναι $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{kdV}{dt}$ = (1,35·10^2 rad/sV)·(0,158 V/s)

οπότε $\alpha = 21{,}3$ rad/s^2.

δ. Υπολογίζουμε πρώτα τη ροπή αδράνειας της ροδέλας:

$I_1 = (83\cdot 10^{-3}\,\text{kg})\cdot[(31{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{m})^2 + (13{,}8\cdot 10^{-3}\,\text{m})^2] = 4{,}91\cdot 10^{-5}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$

Η ροπή της τριβής θα είναι: $\tau = I_1\alpha = (4{,}91\cdot 10^{-5}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2)\cdot(2{,}13\cdot 10^1\,\text{rad/s}^2) = 1{,}0\cdot 10^{-3}$ Nm

ε. Όταν ο κινητήρας στρέφεται με σταθερή συχνότητα 30 Hz (όταν λειτουργεί ως κινητήρας δηλαδή όταν ο διακόπτης του τροφοδοτικού είναι κλειστός) η συνισταμένη ροπή είναι μηδέν, οπότε η μηχανική ισχύς του κινητήρα θα είναι ίση με την ισχύ της τριβής.

Έτσι: $P = \tau\omega$

Δηλαδή: $P = \tau\, 2\pi f$

και αντικαθιστώντας έχουμε: $P = 1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 30$ W

δηλαδή: $P = 6\pi \cdot 10^{-2}$ W

στ. Τη στιγμή t=5,57 s κατά την οποία γίνεται η επαφή όπως φαίνεται από τον πίνακα η τάση είναι:

$V_{\pi\rho\iota\nu}$=0,65 V

Όμως: $\omega_{\pi\rho\iota\nu}=kV_{\pi\rho\iota\nu}$

Έτσι: $\omega_{\pi\rho\iota\nu}=1{,}35\cdot 10^{2}\cdot 0{,}65$ r/s

Και: $\omega_{\pi\rho\iota\nu}= 87{,}75$ r/s

Η στροφορμή της στρεφόμενης ροδέλας κατά τον άξονα περιστροφής λίγο πριν την επαφή της με τη δεύτερη ροδέλα θα είναι $L_{\pi\rho\iota\nu}=I_1\omega_{\pi\rho\iota\nu}$ ενώ η δεύτερη δεν έχει στροφορμή κατά τον άξονα περιστροφής.

Η στροφορμή του συστήματος των δύο ροδελών λίγο πριν την επαφή θα είναι ίση με τη στροφορμή του συστήματος αμέσως μετά την επαφή,

οπότε: $I_1\omega_{\pi\rho\iota\nu} =(I_1+I_2)\, \omega_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$

Αλλά αφού οι ροδέλες είναι ίδιες: $I_1=I_2$

Οπότε: $\omega_{\mu\varepsilon\tau\alpha}= \omega_{\pi\rho\iota\nu}/2$, δηλαδή: $\omega_{\mu\varepsilon\tau\alpha} = 43{,}87$ r/s

Από τη σχέση $\omega=kV$ έχουμε $V_{\mu\varepsilon\tau\alpha} = \omega_{\mu\varepsilon\tau\alpha} / k$.

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε: $V_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$=43,87/ 1,35 10^2 =0,325 V

ζ. Η γωνιακή επιτάχυνση πριν την κρούση είναι $\alpha = \tau / I_1$. Επειδή η τριβή και η ροπή της θα είναι η ίδια και μετά την κρούση ενώ η ροπή αδράνειας θα έχει διπλασιαστεί η γωνιακή επιτάχυνση θα είναι $\alpha' = \tau / 2I_1$ δηλαδή θα έχει υποδιπλασιαστεί. Επειδή $\alpha = \dfrac{k\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$ θα έχει υποδιπλασιαστεί και ο ρυθμός μεταβολής της τάσης μετά την κρούση. Συνεπώς το διάγραμμα θα έχει την παρακάτω μορφή