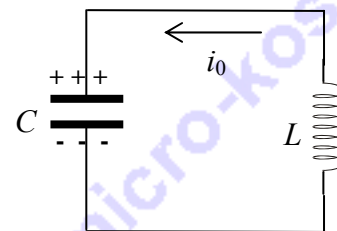


Γ' Λυκείου12 Μαρτίου 2011**Θεωρητικό Μέρος****Θέμα 1°**

- A.** Η οκτάκωπος είναι μια μακρόστενη λέμβος κωπηλασίας με μήκος 18 m. Στα κωπηλατοδρόμια, κάποιες φορές, κύματα τα οποία δεν έχουν μεγάλο πλάτος μπορεί να προκαλέσουν κόψιμο της λέμβου στα δύο. Ποιο είναι το μήκος κύματος των κυμάτων τα οποία προκαλούν τη μεγαλύτερη καταπόνηση της λέμβου και θα μπορούσαν να προκαλέσουν το κόψιμό της στα δύο; Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων v , δίνεται από τη σχέση $v = \sqrt{gd}$ όπου d είναι το βάθος του νερού και g η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας, υπολογίστε τη συχνότητα των κυμάτων στο ήρεμο νερό η οποία θα προκαλούσε το καταστροφικό μήκος κύματος. Δίνονται: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ και $d = 2,4 \text{ m}$.
- B.** Θεωρείστε ένα σφαιρικό ή κυλινδρικό αντικείμενο με μάζα m , ακτίνα R και ροπή αδράνειας I . Το αντικείμενο ξεκινά από την ηρεμία και εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση κατεβαίνοντας πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο. Εφαρμόστε την εξίσωση του κέντρου μάζας (αυτό που συνήθως ονομάζεται θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μεταφορική κίνηση), την αντίστοιχη εξίσωση για τη στροφική κίνηση (αυτό που συνήθως ονομάζεται θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη στροφική κίνηση) και την αρχή διατήρησης της ενέργειας (Α' νόμος της θερμοδυναμικής) για το σύστημα αντικείμενο – κεκλιμένο επίπεδο – Γη, για να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν θερμικές απώλειες.

Θέμα 2°

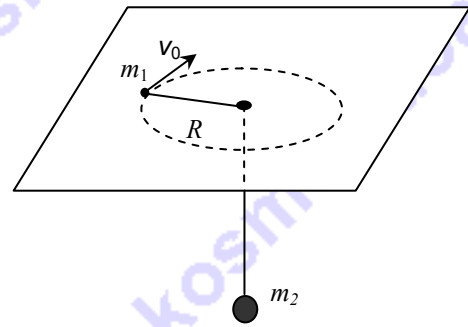
- A.** Ένα διαφανές δοχείο με αλατόνερο παραμένει αδιατάραχτο επί αρκετό χρόνο. Το βάθος του νερού στο δοχείο είναι 1 m. Η συγκέντρωση του αλατιού αυξάνεται με το βάθος. Επειδή το αλάτι έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το καθαρό νερό θα αυξάνεται και η πυκνότητα του αλατόνερου με το βάθος, συνεπώς και ο δείκτης διάθλασης του αλατόνερου. Υποθέστε ότι ο δείκτης διάθλασης του αλατόνερου στην επιφάνειά του είναι $n_0 = 1,3$ και αυξάνεται γραμμικά με το βάθος με ρυθμό $0,05 \text{ m}^{-1}$. Θεωρείστε ότι το αλατόνερο αποτελείται από ένα σύνολο λεπτών οριζόντιων στρωμάτων, όπου το κάθε στρώμα έχει ένα συγκεκριμένο δείκτη διάθλασης. Ποια θα πρέπει να είναι η μικρότερη γωνία που σχηματίζει μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός (laser) με την κατακόρυφη καθώς εισέρχεται από τον πυθμένα του δοχείου στο αλατόνερο, ώστε να υφίσταται ολική εσωτερική ανάκλαση στην επιφάνεια του αλατόνερου; Σχεδιάστε την πορεία του φωτός το οποίο θα εισερχόταν στο αλατόνερο με γωνία μεγαλύτερη από αυτή.
- B.** Τη χρονική στιγμή $t=0$ το LC κύκλωμα του σχήματος έχει αποθηκευμένες ίσες ποσότητες ενέργειας στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, η κάθε μια από τις οποίες είναι 500 μJ . Τη στιγμή αυτή το ρεύμα στο κύκλωμα έχει φορά προς το θετικό οπλισμό του πυκνωτή και τιμή $i_0 > 0$. Αν η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι 20 μF και το πλάτος του ρεύματος 0,2 A:



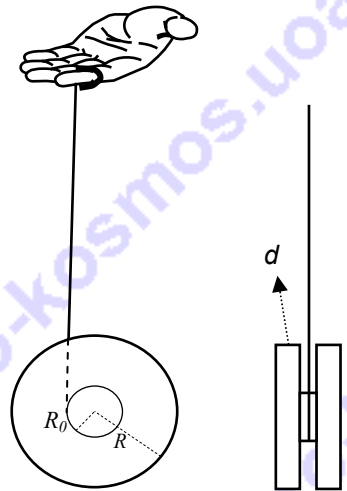
- α.** Ποια η ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος;
β. Ποια η τιμή της αυτεπαγωγής L ;
γ. Γράψτε τις εξισώσεις $q(t)$ και $i(t)$.

Θέμα 3^ο

A. Δύο σφαιρίδια με ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ είναι δεμένα στα άκρα νήματος αμελητέας μάζας το οποίο περνά μέσα από οπή σε λείο οριζόντιο τραπέζι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το m_1 απέχει απόσταση R από την οπή και του δίνουμε ταχύτητα $v_0=\sqrt{2gR}$ κάθετη στην R . Να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ανέλθει το m_2 ως συνάρτηση της R . Αντιστάσεις αέρα και τριβές θεωρούνται αμελητέες.



B. Ένα γιογιό είναι κατασκευασμένο από δύο ομογενείς ορειχάλκινους δίσκους με πάχος d και ακτίνα R . Οι δίσκοι συνδέονται στα κέντρα τους με ένα κοντό κύλινδρο ακτίνας R_0 . Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ και η πυκνότητα του ορειχάλκου ρ .



α. Ποια η ροπή αδράνειας του γιογιό ως προς άξονα που περνά από τα κέντρα των δίσκων σε σχέση με τα R , d , ρ ; Θεωρείστε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου αμελητέα.

β. Ένα πολύ λεπτό νήμα είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο. Το γιογιό αφήνεται από την ηρεμία, όπως φαίνεται στο σχήμα, και κατεβαίνει προς το έδαφος. Ποια θα είναι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του γιογιό αν ο λόγος $\frac{R}{R_0} = 3$. Δίνεται η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

Πειραματικό Μέρος

Πολλές φορές θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσετε γραφήματα για να ελέγξετε ή να διαπιστώσετε τη μορφή της σχέσης μεταξύ διαφόρων μεγεθών. Επίσης θα χρειαστεί να υπολογίσετε φυσικά μεγέθη χρησιμοποιώντας γραφήματα. Για να μπορέσετε να καταφέρετε τα παραπάνω θα πρέπει να εισάσετε σε θέση να διαχειριστείτε τα δεδομένα ώστε να πάρετε τελικά μια γραμμική σχέση. Η κλίση της ευθείας στο γράφημα και η τεταγμένη της τομής του άξονα y με την ευθεία, σας δίνουν τη δυνατότητα να βρείτε διάφορα μεγέθη ανάλογα με τη σχέση που επεξεργάζεσθε. Για παράδειγμα όταν θέλετε να βρείτε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας θα μπορούσατε να κάνετε το γράφημα της ταχύτητας ενός αντικειμένου, το οποίο εκτελεί ελεύθερη πτώση, σε σχέση με το χρόνο και να βρείτε την κλίση της ευθείας.

Σε μια γενική περίπτωση όπου θα έχετε μια πιο περίπλοκη μορφή συνάρτησης $y=f(x)$ και στο πείραμά σας έχετε πάρει ζεύγη τιμών (x,y) για να βρείτε τις παραμέτρους που υπεισέρχονται στη συνάρτηση f θα πρέπει να διαχειριστείτε την $y=f(x)$ ώστε να πάρετε μια γραμμική σχέση.

Μια ομάδα μαθητών, για να μετρήσει την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας, χρησιμοποίησε μια μεταλλική σφαίρα εξαρτημένη μέσω νήματος, η οποία αποτελεί ένα εκκρεμές.

Για μικρές γωνίες εκτροπής το εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

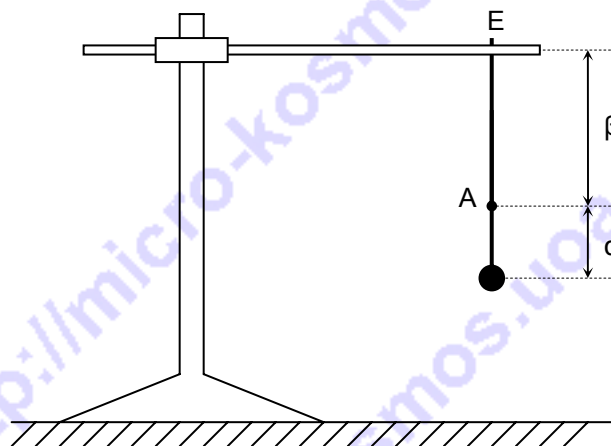
που δίνεται από τη σχέση: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ (1).

Λόγω της παρουσίας του συστήματος εξάρτησης της σφαίρας από το νήμα, η θέση του κέντρου βάρους δεν είναι γνωστή, άρα και το μήκος l δεν είναι γνωστό.

Για τον προσδιορισμό του l εφάρμοσαν το ακόλουθο τέχνασμα. Σε κάποιο σημείο του νήματος κοντά στη σφαίρα έβαλαν με μαρκαδόρο ένα σημάδι Α όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μήκος l του εκκρεμούς δίνεται ως το άθροισμα των μηκών α και β . Το β μπορεί να μεταβάλλεται με ελευθέρωση του νήματος από το σημείο Ε.

Οι μαθητές ακολούθησαν την εξής πειραματική διαδικασία.

1. Μέτρησαν με μετροταινία την απόσταση $\beta=35$ cm και έθεσαν το εκκρεμές σε ταλάντωση εκτρέποντάς το σε μικρή γωνία.
2. Μέτρησαν με χρονόμετρο το χρόνο 20 ταλαντώσεων $t_1=25,3$ s.
3. Επανέλαβαν για την ίδια τιμή του β μετρώντας εκ νέου το χρόνο 20 ταλαντώσεων $t_2=25,1$ s.
4. Για έξι νέες τιμές του μήκους β επανέλαβαν τα βήματα 1, 2, 3 και καταχώρησαν όλες τις τιμές στον παρακάτω πίνακα 1 μετρήσεων στον οποίο $\langle t \rangle$ είναι ο μέσος χρόνος των 20 ταλαντώσεων και T η περίοδος.



ΠΙΝΑΚΑΣ 1

β (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	$\langle t \rangle$ (s)	T (s)	T^2 (s ²)
35	25,3	25,1			
45	28,1	28,3			
55	31,0	29,0			
65	33,5	33,6			
75	35,8	35,6			
85	37,9	37,7			
95	40,0	40,2			

Ερωτήσεις:

1. Μεταφέρετε τον πίνακα 1 συμπληρωμένο στο τετράδιό σας.
2. Κάντε το κατάλληλο γράφημα από το οποίο να είναι δυνατός ο υπολογισμός της επιτάχυνσης λόγω της βαρύτητας g αλλά και η τιμή του α εξηγώντας την επιλογή σας. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.
3. Υπολογίστε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g και το α σύροντας τη βέλτιστη ευθεία δια μέσου των πειραματικών σημείων.
4. Όταν έχουμε κάποια ζεύγη πειραματικών τιμών για τα x και y και γνωρίζουμε ότι η σχέση του y με το x είναι γραμμική, τότε η ευθεία που προκύπτει με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων είναι $y = mx + b$ όπου τα m και b υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$m = \frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n \sum x^2}$	$b = \frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum x^2}{(\sum x)^2 - n \sum x^2}$
---	--

Όπου $\sum x$ είναι το άθροισμα όλων των πειραματικών τιμών του x , $\sum y$ το άθροισμα όλων των πειραματικών τιμών του y , $\sum xy$ το άθροισμα των γινομένων των πειραματικών τιμών των x και y και $\sum x^2$ το άθροισμα των τετραγώνων των πειραματικών τιμών των x .

Μεταφέρατε συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα 2 στο τετράδιό σας και με τη βοήθεια των παραπάνω σχέσεων βρείτε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g και το a .

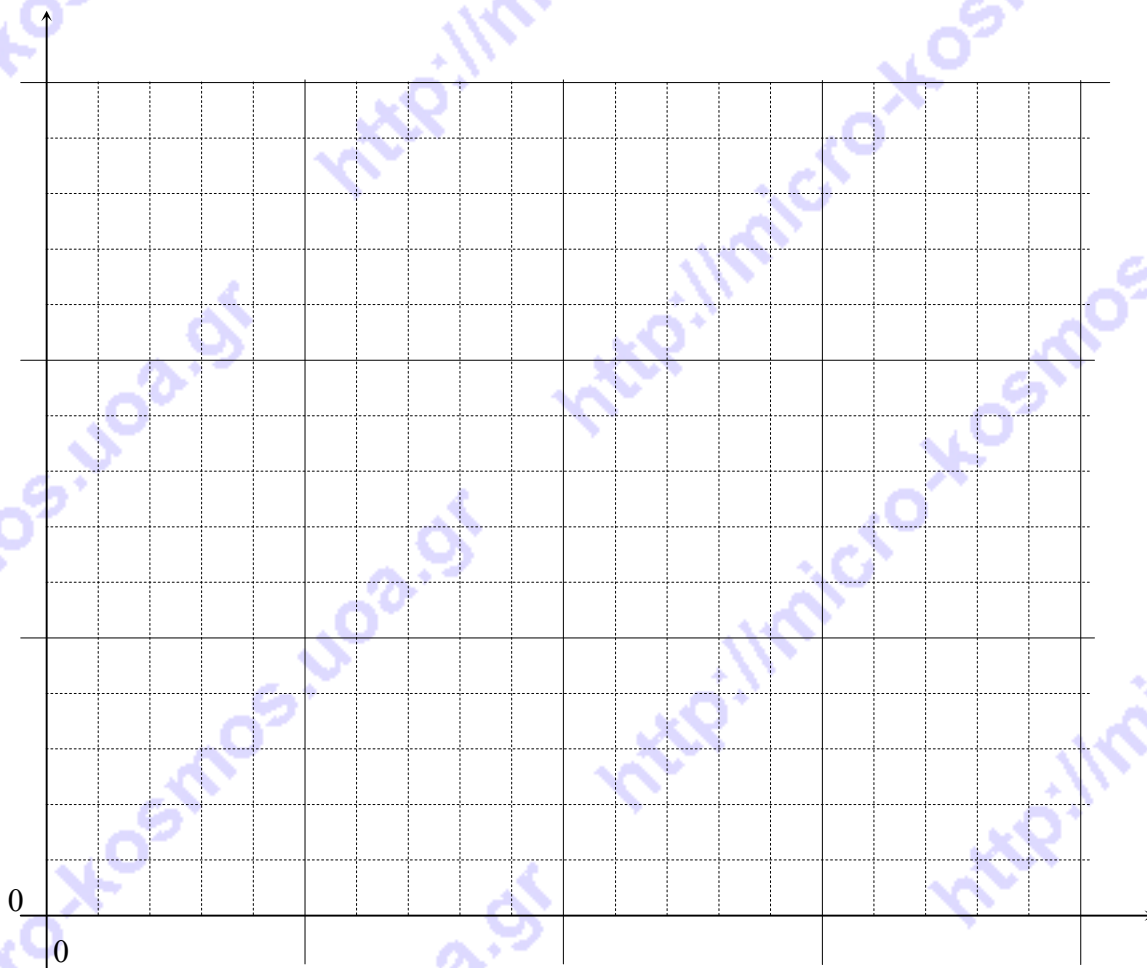
ΠΙΝΑΚΑΣ 2

T^2 (s ²)	β (cm)	β^2 (cm ²)	$T^2 \cdot \beta$ (cm s ²)
$\Sigma T^2 =$	$\Sigma \beta =$	$\Sigma \beta^2 =$	$\Sigma (T^2 \cdot \beta) =$

Καλή Επιτυχία

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.



Συνοπτικές Απαντήσεις**Θεωρητικό Μέρος****Θέμα 1^ο:**

A. Το μήκος κύματος των κυμάτων τα οποία προκαλούν τη μεγαλύτερη καταπόνηση της λέμβου και θα μπορούσαν να προκαλέσουν το κόψιμό της στα δύο είναι αυτό για το οποίο έχουμε δύο διαδοχικά όρη στα άκρο της λέμβου και κοιλάδα στο μέσον ή δύο διαδοχικές κοιλάδες στα άκρα και όρος στο μέσον. Συνεπώς θα είναι $\lambda=18$ m.

Από τη σχέση $v = \sqrt{gd}$ αντικαθιστώντας τις τιμές $g=9,81$ m/s² και $d=2,4$ m έχουμε:

$v=4,8$ m/s. Οπότε η συχνότητα των κυμάτων στο ήρεμο νερό η οποία θα προκαλούσε το καταστροφικό μήκος κύματος είναι: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{4,8}{18} = 0,27$ Hz

B. Όταν το κέντρο μάζας έχει μετακινηθεί κατά Δs_{cm} το αντικείμενο θα έχει αποκτήσει ταχύτητα v_{cm} και γωνιακή ταχύτητα ω . Εφαρμόζοντας την εξίσωση του κέντρου μάζας (η οποία προκύπτει από ολοκλήρωση του θεμελιώδους νόμου ως προς s) έχουμε:

$$mg\mu\theta\Delta s_{cm} - T\Delta s_{cm} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την αντίστοιχη εξίσωση για τη στροφική κίνηση έχουμε:

$$TR\Delta\phi = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (2)$$

Επειδή έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση η περιμετρική μετατόπιση $R\Delta\phi$ θα ισούται με τη γραμμική Δs_{cm} . Έτσι η (2) γίνεται: $T\Delta s_{cm} = \frac{1}{2}I\omega^2$ (3)

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα αντικείμενο-κεκλιμένο επίπεδο – Γη έχουμε ότι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος: θερμικής, κινητικής λόγω μεταφοράς, κινητικής λόγω περιστροφής και δυναμικής ενέργειας του συστήματος θα ισούται με το άθροισμα των ποσοτήτων θερμότητας και του έργου που μεταφέρεται στο σύστημα, δηλαδή: $\Delta E_{\theta} + \Delta E_{κ,μεταφ} + \Delta E_{κ,στροφ} + \Delta E_{δυν} = Q + W$ και επειδή $Q=0$ και $W=0$

$$\text{έχουμε: } \Delta E_{\theta} + \Delta E_{κ,μεταφ} + \Delta E_{κ,στροφ} + \Delta E_{δυν} = 0 \quad \text{ή} \quad \Delta E_{\theta} + \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - mg\mu\theta\Delta s_{cm} = 0$$

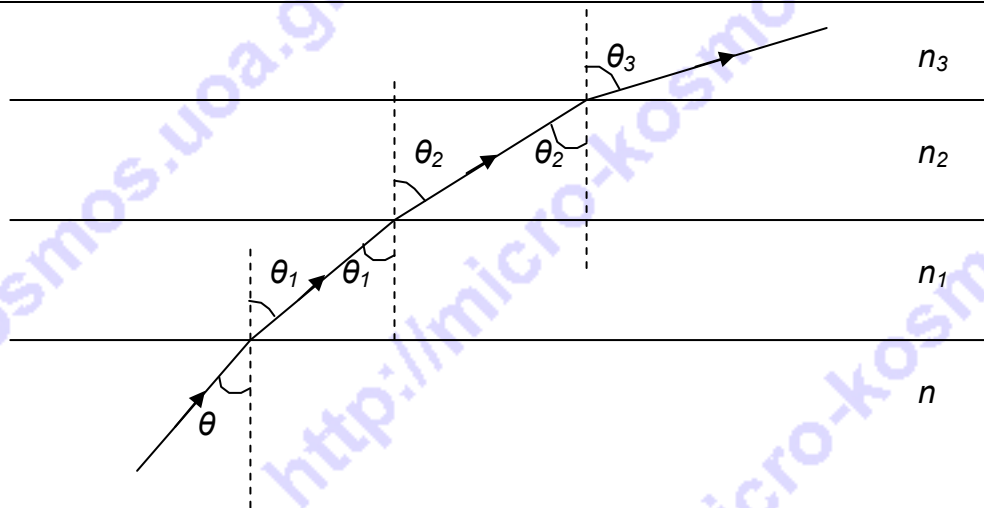
$$\text{Η οποία με τη βοήθεια της (1) δίνει: } \Delta E_{\theta} = T\Delta s_{cm} - \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (4)$$

Από την (4) και την (3) έχουμε: $\Delta E_{\theta}=0$.

Θέμα 2^ο:

A. Αφού τελικά η δέσμη βγαίνει στον αέρα του οποίου ο δείκτης διάθλασης είναι 1, η κρίσιμη γωνία θ_0 βρίσκεται από τη σχέση $n_0\eta\mu\theta_0=1$.

Αν φανταστούμε ότι διαιρούμε το νερό στο δοχείο σε πολλά λεπτά στρώματα που το καθένα έχει δείκτη διάθλασης ελαφρώς μικρότερο από εκείνον του αμέσως κατώτερου στρώματος, τότε η διαδρομή μιας ακτίνας μέσω των στρωμάτων θα είναι η παρακάτω.



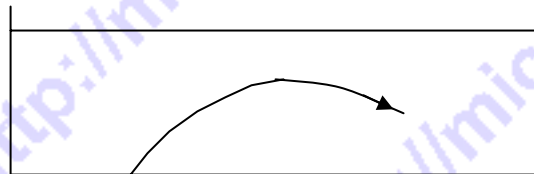
Από το νόμο του Snell έχουμε: $n\eta\mu\theta = n_1\eta\mu\theta_1 = n_2\eta\mu\theta_2 = n_3\eta\mu\theta_3 = \dots = n_0\eta\mu\theta_0 = 1$ δηλαδή:

$$n\eta\mu\theta = 1 \quad (1)$$

Όμως ο δείκτης διάθλασης n του αλατόνερου στον πυθμένα είναι $n=1,35$ αφού το βάθος είναι 1m και ο δείκτης διάθλασης του αλατόνερου αυξάνεται γραμμικά με το βάθος με ρυθμό $0,05\text{ m}^{-1}$ και η τιμή του στην επιφάνεια είναι $n_0=1,3$. Έτσι από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,35} = 0,74 \quad \text{οπότε } \theta \approx 47,8^\circ$$

Αν η δέσμη εισερχόταν στο αλατόνερο με γωνία μεγαλύτερη από $47,8^\circ$ η πορεία που θα ακολουθούσε φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



B.

α. Η μέγιστη ενέργεια του πυκνωτή θα είναι $U_{\text{Emax}} = 2 \cdot 500\mu\text{J} = 10^{-3}\text{J}$.

$$\text{Αλλά } U_{\text{Emax}} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{οπότε } Q = \sqrt{2(20 \cdot 10^{-6}\text{F} \cdot 10^{-3}\text{J})} \quad \text{δηλαδή: } Q = 2 \cdot 10^{-4}\text{C}$$

Το μέγιστο ρεύμα I είναι: $I = \omega Q$ οπότε $\omega = \frac{I}{Q} = \frac{0,2}{2 \cdot 10^{-4}} = 10^3 \text{ (r/s)}$.

Η ιδιοσυχνότητα είναι: $f = \frac{\omega}{2\pi} = 159\text{Hz}$

$$\beta. L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(10^3)^2 20 \cdot 10^{-6}} = 50\text{mH}$$

γ. Οι εξισώσεις $q(t)$ και $i(t)$ είναι: $q = Q\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ και $i = \omega Q \text{cun}(\omega t + \varphi_0)$ οι οποίες για $t=0$ δίνουν: $q_0 = Q\eta\mu\varphi_0$ και $i_0 = \omega Q \text{cun}\varphi_0$ τις οποίες διαιρώντας κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{q_0}{i_0} = \frac{Q}{\omega Q} \varepsilon\varphi\varphi_0 \quad \text{οπότε } \varepsilon\varphi\varphi_0 = \frac{\omega q_0}{i_0} \quad (1)$$

Αφού τη χρονική στιγμή $t=0$ το LC κύκλωμα του σχήματος έχει αποθηκευμένες ίσες ποσότητες ενέργειας στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα είναι:

$$\frac{1}{2} Li_0^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \quad \text{ή} \quad \frac{q_0^2}{i_0^2} = LC \quad \text{ή} \quad \frac{q_0^2}{i_0^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \quad \text{δηλαδή} \quad \frac{\omega_0 q_0}{i_0} = 1 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $\epsilon\phi_0=1$ και επειδή $i_0>0$ $\phi_0=\frac{\pi}{4}$. Συνεπώς:

$$q(t) = 2 \cdot 10^{-4} \eta\mu(1000t + \frac{\pi}{4}) \quad \text{και} \quad i(t) = 0,2\sigma\upsilon\nu(1000t + \frac{\pi}{4})$$

Θέμα 3^ο:

A. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v^2 + m_2 gh \quad (1)$$

Από την αρχή διατήρησης της στροφορμής έχουμε:

$$m_1 v_0 R = m_1 v(R+h) \quad \text{από την οποία} \quad v = \frac{v_0 R}{R+h} \quad (2)$$

Η (1) με τη βοήθεια της (2) δίνει: $\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 \frac{v_0^2 R^2}{(R+h)^2} + m_2 gh$ και επειδή $m_1=m_2$

έχουμε: $v_0^2 = \frac{v_0^2 R^2}{(R+h)^2} + 2gh$ ή $(R+h)^2 v_0^2 = v_0^2 R^2 + 2gh(R+h)^2$ και αφού $v_0 = \sqrt{2gR}$ μετά

τις πράξεις παίρνουμε: $h^2 + Rh - R^2 = 0$ από την οποία: $h = \frac{R(\sqrt{5}-1)}{2}$

B.

α. Αν είναι M η μάζα και των δύο δίσκων έχουμε: $M=\rho V=\rho 2\pi R^2 d$

Η ροπή αδράνειας του γιογιό είναι: $I = \frac{1}{2} MR^2$ δηλαδή $I=\rho\pi R^4 d$

β. Από το θεμελιώδη νόμο για τη μεταφορική κίνηση $Mg-T=Ma$ (1)

Από το θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση: $TR_0 = I \frac{a}{R_0}$ ή $T = \frac{I}{R_0^2} a$ (2) οπότε

από τις (1) και (2) έχουμε:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{MR_0^2}} \quad \text{δηλαδή:} \quad a = \frac{g}{1 + \frac{R^2}{2R_0^2}} \quad \text{από την οποία επειδή} \quad \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = 9$$

Προκύπτει $a = \frac{20}{11} m/s^2$

Πειραματικό Μέρος

1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

β (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	$\langle t \rangle$ (s)	T (s)	T^2 (s ²)
35	25,3	25,1	25,2	1,26	1,59
45	28,1	28,3	28,2	1,41	1,99
55	31,0	29,0	30	1,50	2,25
65	33,5	33,6	33,55	1,68	2,82
75	35,8	35,6	35,7	1,79	3,20
85	37,9	37,7	37,8	1,89	3,57
95	40,0	40,2	40,1	2,01	4,04

2 και 3. Η περίοδος δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha + \beta}{g}}$ από την οποία προκύπτει:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{\alpha + \beta}{g} \quad \text{οπότε:} \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \beta + \frac{4\pi^2 \alpha}{g} \quad (1)$$

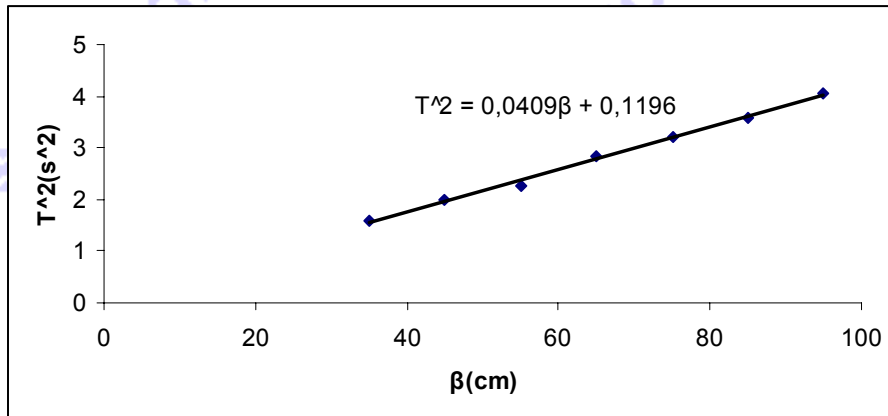
$$\text{ή} \quad \beta = \frac{g}{4\pi^2} T^2 - \alpha \quad (2)$$

Η σχέση (1) είναι μια γραμμική σχέση μεταξύ του τετραγώνου της περιόδου και της απόστασης β . Κάνοντας το γράφημα του T^2 σε σχέση με το β χαράσσοντας τη βέλτιστη ευθεία μεταξύ των πειραματικών σημείων μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας από την κλίση k της ευθείας αυτής αφού $k = \frac{4\pi^2}{g}$ (2) και από την

τεταγμένη της τομής του άξονα "y" (T^2)₀ με την ευθεία θα μπορούσαμε να βρούμε και την τιμή του α αφού (T^2)₀ = $\frac{4\pi^2 \alpha}{g}$ (3).

Εναλλακτικά, η σχέση (2) είναι μια γραμμική σχέση μεταξύ του β και του T^2 οπότε κάνοντας το γράφημα του β σε σχέση με το T^2 χαράσσοντας τη βέλτιστη ευθεία μεταξύ των πειραματικών σημείων μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας από την κλίση λ της ευθείας αυτής αφού $\lambda = \frac{g}{4\pi^2}$ (4) και από την τεταγμένη της τομής του άξονα "y" με την ευθεία θα μπορούσαμε να βρούμε και την τιμή του α .

Παρακάτω φαίνεται το γράφημα του T^2 σε σχέση με το β .



Είναι ευθεία της οποίας η κλίση k είναι $k=0,0409 \text{ s}^2/\text{cm}$ ή $k=4,09 \text{ s}^2/\text{m}$. Αλλά $k = \frac{4\pi^2}{g}$ οπότε έχουμε $g \approx 9,78 \text{ m/s}^2$.

Η τεταγμένη του σημείου τομής του άξονα "y" με την ευθεία είναι: $0,1196 \text{ s}^2$ οπότε από τη σχέση (3) έχουμε: $\frac{4\pi^2 \alpha}{g} = 0,1196 \text{ s}^2$ και $\alpha = 0,029 \text{ m}$ ή $\alpha = 2,9 \text{ cm}$.

Οι τιμές που προκύπτουν στα ζητούμενα του ερωτήματος αυτού μπορεί να είναι διαφέρουν από τις παραπάνω αναγραφόμενες λόγω του κατά προσέγγιση τρόπου χάραξης της ευθείας.

4.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

T^2 (s ²)	β (cm)	β^2 (cm ²)	$T^2 \cdot \beta$ (cm s ²)
1,59	35	1225	55,65
1,99	45	2025	89,55
2,25	55	3025	123,75
2,82	65	4225	183,3
3,20	75	5625	240
3,57	85	7225	303,45
4,04	95	9025	383,8
$\Sigma T^2=19,46$	$\Sigma \beta=455$	$\Sigma \beta^2=32375$	$\Sigma(T^2 \cdot \beta)=1379,5$

Με τη βοήθεια των σχέσεων οι οποίες δίνονται στην εκφώνηση παίρνουμε για την κλίση $4,09 \text{ s}^2/\text{m}$ για την επιτάχυνση της βαρύτητας $g \approx 9,78 \text{ m/s}^2$ και για το $\alpha = 2,9 \text{ cm}$.