

# Επαναληπτικά Θέματα Γεωμετρίας Α' Λυκείου

## 1<sup>ο</sup> τετράμηνο

---

### Άσκηση 1

Να γραφεί στη μορφή  $\alpha + \beta i$ , όπου  $\alpha, \beta$  πραγματικοί, ο μιγαδικός:

$$\text{i)} z = \frac{(2 - i)^2 - 3(1 - i)}{(2 + i)^2(1 + i)}$$

$$\text{ii)} z = \frac{1}{(3 + 2i)(1 + \sqrt{2}i)}$$

$$\text{iii)} z = \frac{2 + i}{3 + 2i} + \frac{3 - i}{2i}$$

$$\text{iv)} z = (1 + \sqrt{2}i)^{-1} + 3(2 - \sqrt{3}i)^{-1}$$

### Άσκηση 2

Βρείτε το μιγαδικό αριθμό  $z$ , ώστε να είναι πραγματικός ο αριθμός:

$$\text{α)} z_1 = \frac{z - i}{z + i}, \quad z \neq -i$$

$$\text{β)} z_1 = (\bar{z} - i)(z - 3)$$

### Άσκηση 3

Βρείτε τον μιγαδικό αριθμό  $z$  ώστε να είναι φανταστικός ο  $z_1$ , όπου:

$$\text{α)} z_1 = \frac{z - 2}{z - 4i}, \quad z \neq 4i$$

$$\text{β)} z_1 = \frac{z - i}{z + 2i}, \quad z \neq -2i$$

#### Άσκηση 4

Δίνονται  $z_1, z_2, z_3 \in C$ , δείξτε ότι:

i) Άν  $z_1 z_2 z_3 \neq 0$ ,  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ ,  $z_1 + z_2 + z_3 = 1$ ,

$$\text{τότε } \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} = 1$$

ii) Άν  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$  και  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$ , τότε

$$|z_1| = |z_2| = |z_3|$$

iii) Άν  $z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ , τότε

$$|z_1 - z_2| = |z_2 - z_3| = |z_3 - z_1|$$

#### Άσκηση 5

α) Άν  $z \in C$  και  $|z + i| \leq 2$ , βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του  $|z - 2 + i|$

β) Δείξτε ότι αν  $|z - 2 - i| \leq 5$ , τότε:  $8 \leq |z - 14 - 6i|$