

ΜΑΘΗΜΑ 10^ο

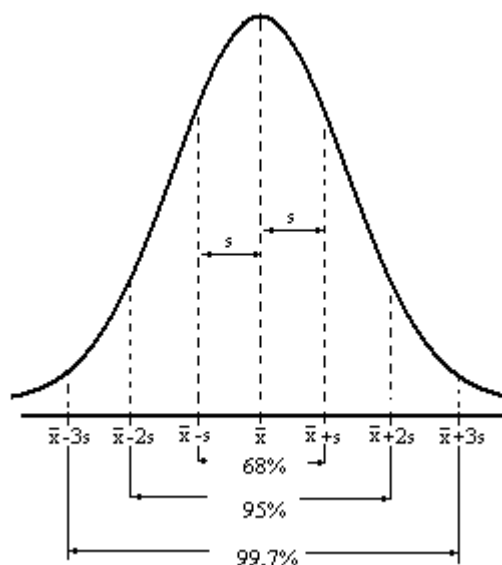
Η κανονική κατανομή

Η κανονική κατανομή (η κατανομή με κωδωνοειδή μορφή) είναι η σπουδαιότερη κατανομή στην στατιστική. Οι βασικότεροι λόγοι γι' αυτό είναι:

- ☒ Πάρα πολλές μεταβλητές ακολουθούν την κανονική κατανομή, ιδιαίτερα όταν επηρεάζονται από πολλούς παράγοντες, όπως για παράδειγμα το «ύψος των μαθητών», όπου η μεταβολή στα ύψη οφείλεται στην ηλικία, στο φύλο, στη διατροφή, στην άσκηση, στο ύψος των γονέων κτλ.
- ☒ Ισχύει ο εμπειρικός κανόνας που μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε το διάστημα στο οποίο ανήκει το σύνολο σχεδόν των παρατηρήσεων μιας κανονικής κατανομής.

Αν η καμπύλη συχνοτήτων για το χαρακτηριστικό που εξετάζουμε είναι κανονική, τότε η τυπική απόκλιση s έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

- το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$
- το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s)$
- το 99,7% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x}-3s, \bar{x}+3s)$

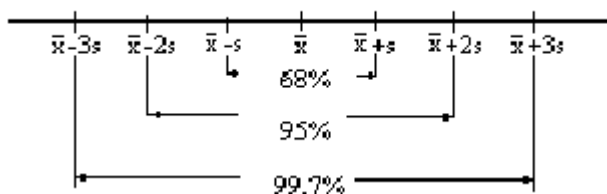


Επιπλέον για την κανονική κατανομή ισχύουν:

- το εύρος ισούται περίπου με έξι τυπικές αποκλίσεις δηλαδή $R \approx 6s$
- η ευθεία $x = \bar{x}$ είναι άξονας συμμετρίας της κατανομής.
- η μέση τιμή $\bar{x}$ ταυτίζεται με την διάμεσο δ .
- Κατά προσέγγιση η μικρότερη παρατήρηση είναι $\bar{x}-3s$ και η μεγαλύτερη $\bar{x}+3s$.

Προσοχή!!! « Τα αντίστροφα των παραπάνω ΔΕΝ ισχύουν »

Για την εφαρμογή σε ασκήσεις να σημειώσουμε για την τυπική απόκλιση στην κανονική κατανομή επιπλέον τις παρακάτω παρατηρήσεις:



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1°

Η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής είναι 25 και η τυπική απόκλιση 5. Τότε το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι:

μεταξύ 20 και 30 είναι _____

μεταξύ 20 και 25 είναι _____

μεταξύ 15 και 35 είναι _____

μεταξύ 15 και 40 είναι _____

Το εύρος της κατανομής είναι _____

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2°

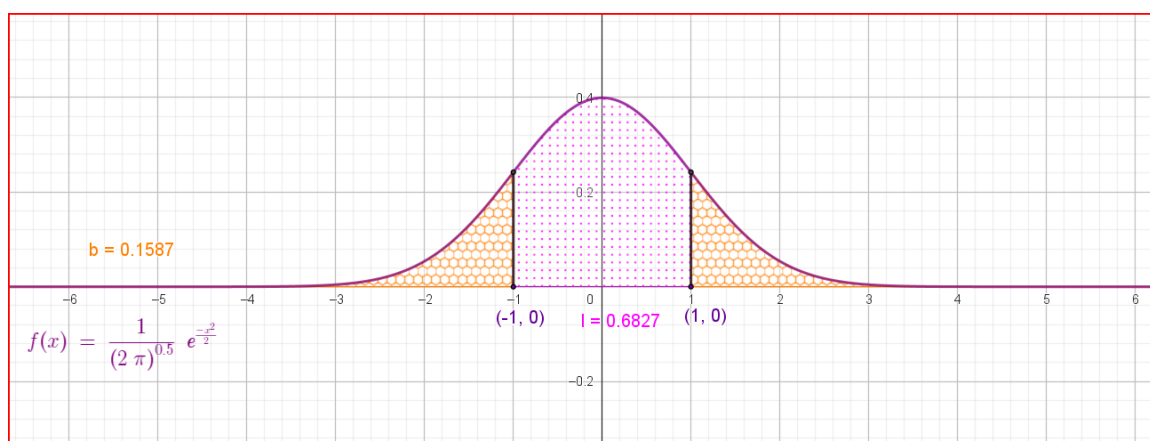
Σε ένα δείγμα με κανονική καμπύλη συχνοτήτων το 83,85% των τιμών βρίσκονται στο διάστημα (15,27). Αν τα άκρα 15 και 27 του διαστήματος είναι κάποιες από τις τιμές $\bar{x}-3s$, $\bar{x}-2s$, $\bar{x}-s$, $\bar{x}$, $\bar{x}+s$, $\bar{x}+2s$, $\bar{x}+3s$ να βρεθούν:

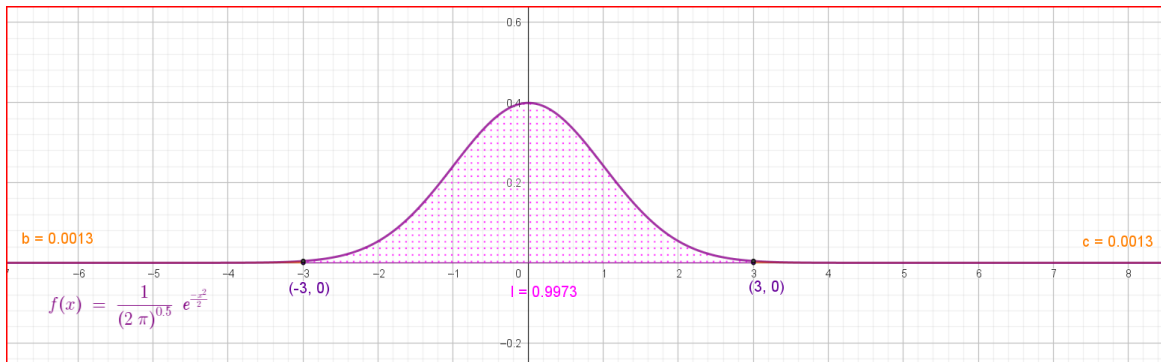
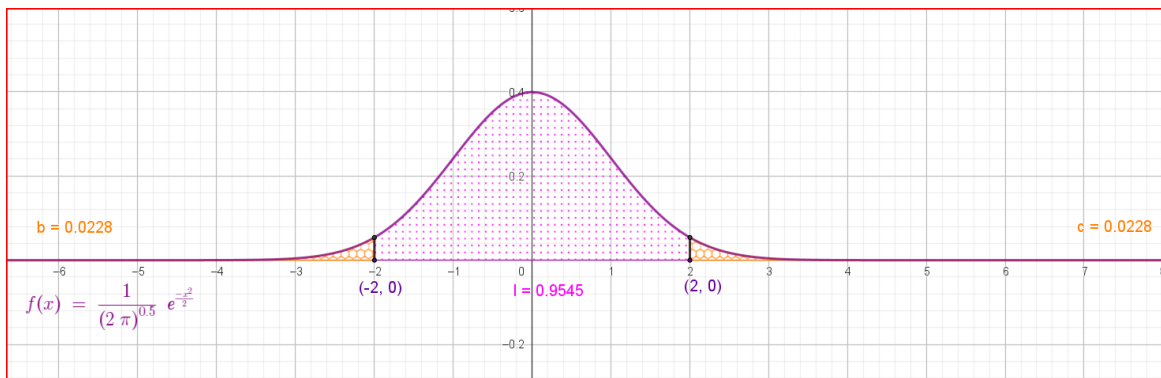
α) Η μέση τιμή, η διάμεσος, η τυπική απόκλιση, ο συντελεστής μεταβολής και το εύρος του δείγματος.

β) Το ποσοστό των τιμών που είναι πάνω από 27.

Γραφικές παραστάσεις της κωδωνοειδούς – γκαουσιανής καμπύλης για $\mu=0$, $\sigma=1$.

Στις σκιασμένες περιοχές φαίνονται τα εμβαδά των περιοχών στα διαστήματα $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$, $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$, $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ αντίστοιχα.





ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ: άσκηση 17 σελίδα 102