

Άσκηση 3 σελίδα 170

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$3i) 2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x = 0$$

Λύση:

1ος τρόπος:

$$2^{2x+1} = 4 \cdot 2^x \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^{x+2} \quad \begin{matrix} f(x)=2^{x-1-1} \\ \Leftrightarrow \end{matrix} x=1$$

2ος τρόπος:

$$2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 4 \cdot 2^x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x = 0 \quad (1)$$

Θέτουμε $2^x = y$ και από την (1) έχουμε ισοδύναμα:

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 4y = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow y = 0 \text{ ή } y = 2$$

Επανερχόμαστε στον μετασχηματισμό $2^x = y$ και για $y = 0$, προκύπτει μία αδύνατη εξίσωση, ενώ για $y = 2$ αν λύσουμε ως προς x έχουμε ότι $x = 1$.

Το ερώτημα είναι γιατί να μην χρησιμοποιούμε σε τέτοιου είδους ασκήσεις παρόμοια μέθοδο όπως με τον 1^ο τρόπο (που είναι και πιο εύκολος) και να χρειάζεται να μετασχηματίζουμε τις εκθετικές εξισώσεις μετατρέποντάς τις, σε δευτεροβάθμιες.

Η απάντηση δίνεται εν μέρει, με την επίλυση της επόμενης άσκησης 3ii) όπου αναγκαστικά θα χρησιμοποιήσουμε έναν μετασχηματισμό με βοηθητικό άγνωστο, για να την μετατρέψουμε σε δευτεροβάθμια εξίσωση.

3ii)

$$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$$

Λύση:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \\ y = 2^x \end{array} \right\} \Rightarrow 2y^2 - 5y + 2 = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow y_1 = 2 \quad (1) \text{ ή } y_2 = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Από την (1) παίρνουμε $x = 1$ και από την (2) $x = -1$.

Ποια είναι η θεμελιώδης διαφορά των δύο εκθετικών εξισώσεων;